

## Aufgaben für die Tutorien: Blatt 1

**Aufgabe T1.** Wiederholen Sie die wesentlichen Aussagen zum Thema "gleichmäßige Konvergenz" aus dem Skriptum Analysis 1, WS 2020/21 (Kapitel 12).

**Aufgabe T2.** Wir betrachten die Funktionen

$$f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) := nxe^{-nx^2} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}.$$

- (a) Bestimmen Sie den punktweisen Limes  $f$  der  $f_n$ .
- (b) Zeigen Sie, dass  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf  $[0, 1]$  nicht gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert.
- (c) Zeigen Sie, dass  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf  $[a, \infty)$  gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert, falls  $a > 0$ .

**Aufgabe T3.**

Untersuchen Sie, ob die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{für } x \in (0, 1], \\ 0, & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

eine Regelfunktion auf  $[0, 1]$  ist.

**Aufgabe T4.** Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- (a)  $\int_0^1 x^2 e^{-x^3} dx$
- (b)  $\int_0^1 x \sqrt{1-x} dx$
- (c)  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x^3 \sin(x^2) dx$