

Aufgaben für die Tutorien: Blatt 11

Aufgabe T1. Bestimmen Sie für die Funktion $f(x, y) = \frac{1}{1-x-y}$ das Taylorpolynom der Ordnung 2 im Punkt $(0, 0)$.

Aufgabe T2. Die folgenden Funktionen sind alle stationär in $(0, 0)$ mit derselben semidefiniten Hessematrix:

$$f_1(x, y) = x^2 + y^4, \quad f_2(x, y) = x^2, \quad f_3(x, y) = x^2 + y^3.$$

Überprüfen Sie dies, und geben Sie die gemeinsame Hessematrix in $(0, 0)$ an. Untersuchen Sie das Verhalten der f_j in $(0, 0)$.

Aufgabe T3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy \quad \text{auf } \mathbb{R}^2.$$

- (a) Bestimmen Sie die stationären Punkte von f und deren Typ (elliptisch, hyperbolisch, parabolisch, flach).
- (b) Untersuchen Sie f auf lokalen und globalen Extrema.

Aufgabe T4. Wir betrachten den Matrizenraum $\mathbb{R}^{n \times n} \cong \mathbb{R}^{n^2}$ mit einer beliebigen Operatornorm. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$p: \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}, \quad X \mapsto X^2$$

differenzierbar (auf ganz $\mathbb{R}^{n \times n}$) ist, und berechnen Sie ihr Differential.