Universität Paderborn
Institut für Mathematik
M. Rösler, T. Luks **Analysis 2** SS 2021

Aufgaben für die Tutorien: Blatt 2

Aufgabe T1. Gegeben sei eine stetige Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ mit Periode $p > 0$, d.h. es gelte $f(x+p) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie:

(a) Für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt: $\displaystyle\int_a^{a+p} f(x)dx = \int_0^p f(x)dx.$

(b) Sei F eine Stammfunktion von f. Dann ist F genau dann ebenfalls periodisch mit der Periode p, wenn $\int_0^p f(x)dx = 0$ gilt.

Aufgabe T2.

(a) Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_0^4 e^{\sqrt{x}}dx.$

(b) Bestimmen Sie, in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$, eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{1}{x^2+a}.$$

Aufgabe T3. Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \ln x\, dx,$

(b) $\displaystyle\int_3^\infty \frac{1}{x^2-4x+3}\, dx.$

Aufgabe T4. Zeigen Sie: Die Funktion

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Big[\cos\big(\frac{x}{n}\big) - 1\Big], \quad x \in \mathbb{R},$$

ist stetig differenzierbar auf $\mathbb{R}$.