Universität Paderborn
Institut für Mathematik
M. Rösler, T. Luks

Analysis 2 SS 2021

Aufgaben für die Tutorien: Blatt 3

Aufgabe T1. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung der Funktion

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x+1}$$

im Entwicklungspunkt $a = 0$.

Aufgabe T2. Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz:

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx$ (b) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x - 1}\, dx$ (c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}$

Aufgabe T3.

(a) Es sei f eine Funktion, die durch eine Potenzreihe $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit Konvergenzradius $R > 0$ dargestellt wird. Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - \sum_{k=0}^{n} a_k x^k}{x^{n+1}}.$$

(b) Berechnen Sie (**ohne** l'Hospital!) den Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - x/2 + x^2/8}{x^3}$$

Aufgabe T4. Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und sei $f \in C^{n+1}([0,1])$ mit $f^{(k)}(0) = 0$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$ mit $0 \le k \le n$. Zeigen Sie, dass das Integral

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{x^s} dx$$

konvergiert für alle $s \in \mathbb{R}$ mit $s < n + 2$.