

Aufgaben für die Tutorien: Blatt 9

Aufgabe T1. Untersuchen Sie, an welchen Stellen die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x\sqrt{x^2 + 2y^2}$$

partiell differenzierbar ist, und berechnen Sie dort die partiellen Ableitungen.

Aufgabe T2. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad \text{auf } U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0\}.$$

Begründen Sie, dass f auf U stetig partiell differenzierbar ist, und bestimmen Sie den Gradienten von f . Skizzieren Sie das Gradientenfeld sowie einige Niveaulinien von f .

Aufgabe T3. Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Ist f in $(0, 0)$ differenzierbar?