UNIVERSITÄT PADERBORN
Die Universität der Informationsgesellschaft

Prof. Dr. Margit Rösler
Insitut für Mathematik

Proseminar Analysis - SS 2015

Stand: 11.3.2015

Vortragsthemen:

Themenblock: Reelle Zahlen.

1. **Konstruktion der reellen Zahlen nach Cantor, Teil 1: Die Körperstruktur.** Ring der Fundamentalfolgen, Körperstruktur des Faktorrings der Fundamentalfolgen modulo der Nullfolgen, Einbettung von $\mathbb{Q}$. Literatur: [KP], Kapitel IV.2., S. 123-131.

2. **Konstuktion der reellen Zahlen nach Cantor, Teil 2: Vollständigkeit.** Anordnung und Cauchy-Vollständigkeit der reellen Zahlen, äquivalente Charakterisierungen der Vollständigkeit. Literatur: [KP], Kapitel IV.2. S. 131-135 sowie Kapitel IV.4., Seiten 140-145.

Ergänzende Literatur für Vorträge 1 und 2: [E], Kapitel 2, §3 und §5; Kapitel 11.3 aus [M].

Themenblock Fourierreihen:

3. **Approximation durch Faltung mit Dirac-Folgen.** Definition der Faltung, Diracfolgen, Faltungs-Approximationsatz, Approximationssatz von Weierstraß. Literatur: [Ko1], Abschnitt 15.5., ohne das Beispiel aus der Physik.
4. **Der Approximationssatz von Fejér.** Trigonometrische Polynome, Dirichlet- und Fejér-Kern, Fourierkoeffizienten, Satz von Fejér. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.1. Unterstützend zum Beweis des Satzes von Fejér: Theorem 40.7 in [Ka].
5. **Fourierreihen: Definition und Beispiele.** Darstellungssatz, Beispiele von Fourierreihen, Eulersches Sinusprodukt. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.2.
6. **Punktweise Konvergenz von Fourierreihen.** Punktweise Konvergenz nach Dirichlet, Fourierreihen stetig differenzierbarer Funktionen. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.3., sowie Anfang von 16.6., aber nur für stetig differenzierbare Funktionen; Ergänzend: Riemannsches Lokalisationsprinzip nach [SS], Theorem 2.2.
7. **Die Besselsche Approximation periodischer Funktionen.** L^2-(Halb)Norm und deren Eigenschaften; Bestapproximation der Fourierpolynome, Besselsche Ungleichung. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.5. Beweis der Eigenschaften von $\|.\|_2$ nach [SS], Seiten 72-73.
8. **Konvergenz im quadratischen Mittel.** Wandernder Buckel, Satz über die Konvergenz im quadratischen Mittel, Parsevalsche Gleichung. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.7. , sowie (zum Beweis des Konvergenzsatzes): Approximationslemma aus Abschnitt 17.7., [Ko1b].
9. **Das isoperimetrische Problem.** Geschichte und Formulierung des Problems, Leibnizsche Sektorformel, Lösung des isoperimetrische Problems nach Hurwitz. Literatur: [Ko1], Abschnitte 16.8. sowie erste 2 Seiten aus 12.5. für die Leibniz'sche Sektorformel.
10. **Wärmeleitung in einem Ring.** Lösung der Wärmeleitungsgleichung für peridische Funktionen mittels Fouriermethoden; Formulierung der Lösung mit Thetafunktionen. Literatur: [Ko1], Abschnitt 16.9.

Themenblock Gammafunktion:

11. **Die Gammafunktion nach Gauß.** Definition der Gammafunktion nach Gauß, Weierstraßsche Produktdarstellung , Ergänzungssatz, Vorbereitung der logarithmischen Konvexität. Literatur: [Ko1b], Abschnitt 16.1. bis einschließlich Hilfssatz 2, sowie Wallis'sches Produkt aus 11.5.2.
12. **Die Eulersche Integraldarstellung der Gammafunktion.** Logarithmische Konvexität der Gammafunktion, Eindeutigkeitssatz von Bohr-Mollerup, Eulersche Integraldarstellung.

    Literatur: [Ko1b], Abschnitte 16.1. (nach Hilfssatz 2) und 16.2.
13. **Die Stirlingsche Formel.** Eulersche Summationsformel (Formel (24) in 11.10), Formulierung und Beweis der Stirlingschen Formel. Literatur: [Ko1b], Abschnitt 16.3., sowie 11.10. für die Summationsformel.

Weitere mögliche Themen:

14. **Das Dirichlet-Kriterium und der Abelsche Grenzwertsatz.**
    Literatur: [Ko1], Abschnitt 15.3.
15. **Der Satz von Stone-Weierstraß.** Hierbei handelt es sich um eine leistungsfähige Verallgemeinerung des Approximationssatzes von Weierstraß.
    Literatur: [R], "The Stone Weierstrass Theorem", 7.27. - 7.33. (mit alternativem, kurzem Beweis von 7.27.)
16. **Das Newton-Verfahren.** Ein wichtiges Verfahren zur näherungsweisen Berechnung von Nullstellen. Literatur: [Ko1], Abschnitt 14.4.

Literatur:

[E] H.-D. Ebbinghaus et al: Zahlen. Springer Verlag.

[Ka] W. Kaballo, Einführung in die Analysis I. Spektrum Verlag 1996.

[Ko1] K. Königsberger, Analysis I, 6. Auflage 2003.

[Ko1b] K. Königsberger, Analysis I, 3. Auflage 1995.

[KP] J. Kramer, A.-M. von Pippich, Von den natürlichen Zahlen zu den Quaternionen. Springer Spektrum 2013.

[M] D. Müller, Analysis I; Vorlesungsskript WS 2009/10, Universität Kiel.

[R] W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill.

[SS] E. M. Stein, R. Shakarchi: Fourier Analysis – An Introduction. Princeton Univ. Press, 2003.