

## Voraussetzungen für den Mathezirkel

Der Mathezirkel richtet sich primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir setzen nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe voraus und freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen. Falls du in der Mittelstufe bist und Interesse hast, aber wegen der Vorkenntnisse noch unsicher bist, melde dich doch einfach an und probiere es aus! Die einzelnen Mathezirkel-Treffen bauen inhaltlich nicht aufeinander auf.

## Termine und Anmeldung

Der Mathezirkel findet im Herbst/Winter 2024/25 **virtuell/online** an den folgenden Samstagsterminen statt: am 09.11.2024, am 30.11.2024 und am 25.01.2025, jeweils von 10:00 bis 13:00 Uhr. Zur Teilnahme am 09.11.2024 bzw. am 30.11.2024 bzw. am 25.01.2025 **melde dich bitte** mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite **bis spätestens zum 05.11.2024 bzw. 26.11.2024 bzw. 21.01.2025 verbindlich** per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Sofern du **nicht volljährig** bist, sollten deine Eltern das Anmeldeformular ebenfalls unterschreiben.<sup>1</sup> Natürlich kannst du dich mit dem Anmeldeformular direkt für alle drei Mathezirkel-Treffen zusammen anmelden.

## Teilnahmebescheinigungen

Bei jedem virtuellen Mathezirkel-Treffen wird eine Teilnehmerliste geführt. Nach dem letzten Termin dieser Runde erhalten alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer eine **Teilnahmebescheinigung**, auf der die

<sup>1</sup>Hinweis: Bitte beachte, dass Gefährdungen der Vertraulichkeit und der unbefugte Zugriff Dritter bei einer Kommunikation per unverschlüsselter E-Mail nicht ausgeschlossen werden können. Sofern gewünscht, kannst du Dokumente, die du uns per E-Mail zusendest, durch ein Passwort schützen (z.B. durch 7-ZIP) und uns das Passwort auf anderem Wege (z.B. per Telefon) mitteilen. Auf Wunsch kannst du uns das Anmeldeformular auch per Post zusenden.

Themen der besuchten Mathezirkel-Treffen aufgelistet sind.<sup>2</sup> Wenn du eine Teilnahmebescheinigung erhalten möchtest, melde dich in Zoom bitte mit Vorname und Nachname an.

## Virtuelle/Online Mathezirkel-Treffen mit der Videokonferenz-Software Zoom

Alle Mathezirkel-Treffen finden **virtuell/online** statt. Die **Materialien** und die **Zugangsdaten** zu der Videokonferenz-Software Zoom (Campus-Lizenz der Uni Paderborn) werden normalerweise am **Mittwoch vor dem jeweiligen Mathezirkel-Treffen** per E-Mail verschickt. Solltest du trotz Anmeldung zu einem Treffen bis einschließlich Donnerstag davor keine E-Mail bekommen haben, so melde dich bitte bei: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

## Kontakt und Webseite

Scanne diesen Barcode, um zur **Mathezirkel-Webseite** mit den aktuellen Terminen zu kommen:



[math.uni-paderborn.de/mathezirkel/](https://math.uni-paderborn.de/mathezirkel/)

## Leitung des Paderborner Mathezirkels:

AOR Dr. Kerstin Hesse  
Universität Paderborn  
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik  
und Mathematik  
Institut für Mathematik  
Warburger Straße 100  
33098 Paderborn

Büro: Gebäude D, Raum D1.217  
Tel.: 05251 60-2605  
E-Mail: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

<sup>2</sup>Dokumente, wie Teilnahmebescheinigungen, schicken wir auf Wunsch und nach Rücksprache auch verschlüsselt oder postalisch zu. Für den Fall, dass du uns dafür deine Postadresse mitteilst, wird diese nach dem Versand unverzüglich gelöscht.



Paderborn, Juni 2024

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Mathematiker schwärmen von der Schönheit der Mathematik. Sie sind begeistert von den eleganten Beweisen, der Logik und der klaren Sprache der Mathematik. Mathematik ist spannend, überraschend und wunderschön und kann fast jedem großes Vergnügen bereiten! – Das Ziel des **Paderborner Mathezirkels** ist es, dir diese Schönheit und Eleganz der Mathematik zu vermitteln.

Der Mathezirkel trifft sich im Herbst/Winter 2024/25 **virtuell/online** (mit der Videokonferenz-Software Zoom) an den folgenden ausgewählten Samstagsterminen: am **09.11.2024**, am **30.11.2024** und am **25.01.2025**, jeweils **von 10:00 bis 13:00 Uhr**. Die spannenden Themen lauten „Wurzel aus 2 ist irrational“, „Regelmäßige Sterne und Vielecke“ und „Interpolation mit Polynomen“ (Details siehe rechts).

Für den Mathezirkel werden nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe vorausgesetzt. Der Mathezirkel richtet sich damit primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen.

Zur Teilnahme an einem Mathezirkel-Treffen melde dich bitte mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite bis spätestens am Dienstag vor dem jeweiligen Treffen verbindlich per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Bei Fragen zum Mathezirkel schicke mir bitte einfach eine E-Mail an: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

Ich freue mich sehr, wenn du am Mathezirkel des Instituts für Mathematik der Universität Paderborn teilnimmst!

Mit herzlichen Grüßen



Dr. Kerstin Hesse  
(Akademische Oberrätin, Leitung des Mathezirkels)

## Programm am 09.11.2024

### Wurzel aus 2 ist irrational

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Die Zahl  $\sqrt{2}$ , (Quadrat-)Wurzel aus 2, ist definiert als die nicht-negative Lösung der Gleichung  $x^2 = 2$ . Zunächst schauen wir uns den Beweis an, dass  $\sqrt{2}$  irrational ist, und dann führen wir analog den Beweis durch, dass  $\sqrt{3}$  (und allgemeiner  $\sqrt{p}$  für jede Primzahl  $p$ ) irrational ist. – Danach nähern wir die irrationale Zahl  $\sqrt{2}$  auf einfache Weise durch rationale Zahlen. Darauf aufbauend lernen wir schließlich das Heron-Verfahren kennen, welches es ermöglicht, in sehr wenigen Rechenschritten hervorragende Näherungen von  $\sqrt{2}$  durch rationale Zahlen zu berechnen. Das Heron-Verfahren ist ein sehr wichtiges numerisches Verfahren zur Berechnung von Quadratwurzeln, welches wir mit Excel-Tabellenkalkulation für die Berechnung von  $\sqrt{2}$  für verschiedene Startwerte programmieren und dessen Konvergenzverhalten wir exemplarisch für die Berechnung von  $\sqrt{2}$  untersuchen werden.

## Programm am 30.11.2024

### Regelmäßige Sterne und Vielecke

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Verteilt man  $n \geq 3$  Punkte mit jeweils dem gleichen Abstand zu ihren direkten Nachbarn auf einer Kreislinie, so bekommt man die Eckpunkte eines regelmäßigen  $n$ -Ecks. Ein regelmäßiges 3-Eck bzw. 4-Eck ist also ein gleichseitiges Dreieck bzw. ein Quadrat. Wir untersuchen zunächst, wie man für bestimmte Werte von  $n$  die regelmäßigen  $n$ -Ecke nur mit Zirkel und Lineal, aber ohne Geometriedreieck konstruieren kann. – Dann werden wir passend zur Winterzeit die Eckpunkte regelmäßiger  $n$ -Ecke verwenden, um regelmäßige Sterne zu zeichnen: Beginnend an einem Eckpunkt zeichnen wir eine Verbindungslinie zum  $k$ -nächsten Eckpunkt und wiederholen diesen Prozess solange, bis wir an einem Eckpunkt landen, der schon verwendet wur-

de. Falls noch Eckpunkte übrig sind, so starten wir bei einem dieser Eckpunkte und wiederholen den Prozess, bis alle Eckpunkte verwendet worden sind. Dabei bekommen wir verschiedene Typen von  $n$ -zackigen Sternen, die wir klassifizieren und für die wir eine Theorie aufstellen wollen, die vorhersagt, was uns die Konstruktion liefern wird.

## Programm am 25.01.2025

### Interpolation mit Polynomen

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Gegeben sind Datenpunkte  $(x_i, f(x_i))$ ,  $i = 1, 2, \dots, n+1$ , einer unbekanntes Funktion  $f$ . Wie findet man als Näherung von  $f$  eine Funktion, die alle diese Funktionswerte annimmt, also die Datenpunkte interpoliert, und  $f$  möglichst gut annähert? Eine einfach zu berechnende solche Näherung für die Funktion  $f$  ist ein Polynom vom Grad  $\leq n$ , also  $P_n(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$  mit Koeffizienten (d.h. Konstanten)  $a_0, a_1, \dots, a_n$ . Wir lernen die Interpolationsformel von Lagrange zur Berechnung des interpolierenden Polynoms  $P_n$  kennen und beweisen diese und zeigen, dass das die Datenpunkte interpolierende Polynom eindeutig bestimmt ist.