

## Voraussetzungen für den Mathezirkel

Der Mathezirkel richtet sich primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir setzen nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe voraus und freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen. Falls du in der Mittelstufe bist und Interesse hast, aber wegen der Vorkenntnisse noch unsicher bist, melde dich doch einfach an und probiere es aus! Die einzelnen Mathezirkel-Treffen bauen inhaltlich nicht aufeinander auf.

## Termine und Anmeldung

**Samstagstermine**, jeweils von 10:00 bis 13:00 Uhr:  
15.11.2025, 29.11.2025 und 24.01.2026.

**Mittwochstermine**, jeweils von 18:00 bis 21:00 Uhr:  
19.11.2025, 03.12.2025 und 21.01.2026

**Korrespondenz-Teilnahme:** Solltest du weder samstags noch mittwochs Zeit haben, aber möchtest du trotzdem teilnehmen, so melde dich einfach zur „Korrespondenz-Teilnahme“ an: Du bearbeitest das zugesandte Arbeitsheft innerhalb von ca. einer Woche mit Unterstützung durch zwei Online-Sprechstunden eigenständig und nimmst am Ende der Bearbeitungszeit an einer Besprechung der Aufgaben und ggf. der Zusatzaufgaben teil.

Zur Teilnahme **melde dich bitte** mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite **bis spätestens am Dienstag um 11:00 Uhr** vor dem jeweiligen Mathezirkel-Treffen per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Sofern du **nicht volljährig** bist, sollten deine Eltern das Anmeldeformular ebenfalls unterschreiben.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Hinweis: Bitte beachte, dass Gefährdungen der Vertraulichkeit und der unbefugte Zugriff Dritter bei einer Kommunikation per unverschlüsselter E-Mail nicht ausgeschlossen werden können. Sofern gewünscht, kannst du Dokumente, die du uns per E-Mail zusendest, durch ein Passwort schützen (z.B. durch 7-ZIP) und uns das Passwort auf anderem Wege (z.B. per Telefon) mitteilen. Auf Wunsch kannst du uns das Anmeldeformular auch per Post zusenden.

## Teilnahmebescheinigungen

Bei jedem virtuellen Mathezirkel-Treffen wird eine Teilnehmerliste geführt. Im Anschluss an den letzten Termin versenden wir die **Teilnahmeurkunden** im Februar/März per E-Mail.<sup>2</sup>

## Virtuelle/Online Mathezirkel-Treffen mit der Videokonferenz-Software Zoom

Alle Mathezirkel-Treffen finden **virtuell/online** statt. Die **Materialien** und die **Zugangsdaten** zu der Videokonferenz-Software Zoom (Campus-Lizenz der Uni Paderborn) werden normalerweise am **Dienstagabend** vor dem Mittwochabendtermin bzw. am **Mittwoch** vor dem Samstagstermin per E-Mail verschickt. Solltest du trotz Anmeldung keine E-Mail bekommen haben, so melde dich bitte bei: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

## Kontakt und Webseite

Scanne diesen Barcode, um zur **Mathezirkel-Webseite** mit den aktuellen Terminen zu kommen:  
[math.uni-paderborn.de/mathezirkel/](https://math.uni-paderborn.de/mathezirkel/)



## Leitung des Paderborner Mathezirkels:

AOR Dr. Kerstin Hesse  
Universität Paderborn  
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik und Mathematik  
Institut für Mathematik  
Warburger Straße 100  
33098 Paderborn  
Tel.: 05251 60-2605  
E-Mail: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

<sup>2</sup>Dokumente, wie Teilnahmebescheinigungen, schicken wir auf Wunsch und nach Rücksprache auch verschlüsselt oder postalisch zu. Für den Fall, dass du uns dafür deine Postadresse mitteilst, wird diese nach dem Versand unverzüglich gelöscht.



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Mathematiker schwärmen von der Schönheit der Mathematik. Sie sind begeistert von den eleganten Beweisen, der Logik und der klaren Sprache der Mathematik. Mathematik ist spannend, überraschend und wunderschön und kann fast jedem großes Vergnügen bereiten! – Das Ziel des **Paderborner Mathezirkels** ist es, dir diese Schönheit und Eleganz der Mathematik zu vermitteln.

Der Mathezirkel trifft sich im Herbst/Winter 2025/26 **online** (mit der Videokonferenz-Software Zoom) an den folgenden Terminen:

**Samstagstermine**, jeweils von **10:00 bis 13:00 Uhr**:  
**15.11.2025, 29.11.2025** und **24.01.2026**.

**Mittwochstermine**, jeweils von **18:00 bis 21:00 Uhr**:  
**19.11.2025, 03.12.2025** und **21.01.2026**

Die spannenden Themen lauten „Pythagoräische Zahlenmuster – Von der Idee zum Beweis“, „Kachelungen: Schachbretter und Polyominos“ und „Catalansche Zahlen“. Samstags und mittwochs findet jeweils der gleiche Workshop statt.

Für den Mathezirkel werden nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe vorausgesetzt. Der Mathezirkel richtet sich damit primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen.

Zur Teilnahme an einem Mathezirkel-Treffen melde dich bitte mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite bis spätestens am Dienstag um 11:00 Uhr vor dem jeweiligen Treffen per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Bei Fragen zum Mathezirkel schicke mir bitte einfach eine E-Mail an: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

Ich freue mich sehr, wenn du am Mathezirkel der Universität Paderborn teilnimmst!

Mit herzlichen Grüßen



Dr. Kerstin Hesse  
(Akademische Oberrätin, Leitung des Mathezirkels)

## Programm am 15.11.2025 und 19.11.2025

### Pythagoräische Zahlenmuster – Von der Idee zum Beweis

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Aus dem Film „Die Vermessung der Welt“ über den Naturforscher Alexander von Humboldt und den Mathematiker Carl Friedrich Gauß kennt ihr vielleicht die Frage, was der Wert der Summe  $1 + 2 + \dots + n$  für eine beliebige natürliche Zahl  $n$  ist. Carl Friedrich Gauß löste dieses Problem als junger Schüler ungeheuer innovativ. Aber was ist eigentlich der Wert der Summen  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$  und  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ ? Diese und ähnliche Fragen wollen wir in diesem Mathezirkel-Treffen beantworten, indem wir uns mit pythagoräischen Zahlenmustern die Werte solcher Summen überlegen. Dann lernen wir das Prinzip der vollständigen Induktion kennen, mit dem man solche Summenformeln elegant für jede beliebige natürliche Zahl  $n$  beweisen kann.

## Programm am 29.11.2025 und 03.12.2025

### Kachelungen: Schachbretter und Polyominos

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Vielfach bekannt ist das einfachste der Schachbrettprobleme: Wir schneiden die beiden gegenüberliegenden weißen Eckfelder aus einem Schachbrett aus. Kann man den Rest des Schachbretts mit Dominosteinen (die immer jeweils zwei Felder eines Schachbretts ohne Überlappung überdecken) kacheln? Wenn ja, wie geht es? Wenn nein, warum geht es nicht? – In diesem Mathezirkel-Treffen untersuchen wir weitere Kachelungsprobleme des Schachbretts, bei denen das Schachbrett mit bestimmten Polyominos gekachelt werden soll. Ein Polyomino ist eine ebene Figur, die aus mehreren längs kompletter Kanten zusammengefügt gleich großen Quadraten besteht. Aus zwei Quadraten erhält man nur das Domino. Aus drei Quadraten kann man ein längliches Tromino (alle drei Quadrate liegen nebeneinander) oder ein eckiges Tromino

(die Quadrate formen ein L mit gleich langen Seiten) bilden. – Alle betrachteten Kachelungsprobleme lassen sich mit elementarer Logik mit Hilfe einer geeigneten Nummerierung oder Einfärbung des Schachbretts lösen.

## Programm am 21.01.2026 und 24.01.2026

### Catalansche Zahlen

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Auf wie viele verschiedene Arten lässt sich ein ebenes konvexes  $n$ -Eck durch Verbindung von Eckpunkten in Dreiecke zerlegen? Dabei werden Zerlegungen, die durch Drehung oder Spiegelung in einander übergehen, als unterschiedlich betrachtet. (Ein Dreieck hat nur eine Zerlegung, und ein Viereck kann auf zwei Arten mit einer Diagonalen in jeweils zwei Dreiecke zerlegt werden. Bei einem Fünfeck gibt es fünf Zerlegungen in jeweils drei Dreiecke. Danach wird es komplizierter.) Die Antwort auf diese Fragestellung führt uns zu der Folge der catalanschen Zahlen: 1, 2, 5, 14, 42, 132, ... Die catalanschen Zahlen treten überraschenderweise noch bei vielen anderen Problemstellungen auf, z.B. bei Entscheidungsbäumen oder bei gewissen minimalen Gitterwegen im rechteckigen Straßennetz oder bei einem Problem mit Vorwärts- und Rückwärtsschritten. – Wir lernen fünf verschiedene Problemstellungen kennen, bei denen die catalanschen Zahlen auftreten, und in den Zusatzaufgaben beweisen wir auch, dass diese Problemstellungen alle äquivalent sind. Mit Hilfe dieser verschiedenen, aber äquivalenten Problemstellungen werden wir dann gemeinsam den Beweis für die Formel zur Berechnung der catalanschen Zahlen durchführen.