Jun.-Prof. Dr. S. Ober-Blöbaum, Universität Paderborn 22. Mai 2013

Mathematik für Chemiker SS 2013
Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$ c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\,\frac{2n+1}{n^2+n}\,.$

Aufgabe 7.2

Welche der folgenden Reihen konvergiert, konvergiert absolut oder divergiert?

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2k+1}{k^3+3k^2+1}$ b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}$ c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\binom{2k}{k}^{-1}$

d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{k}{2k+3}$ e) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{k!}{k^k}$ f) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{k+4}{2k^2-3k+3}$

Aufgabe 7.3

Zeigen Sie jeweils, dass die Potenzreihe für jedes $x \in D$ absolut konvergiert.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}, \quad D=(-1,1)$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n}, \quad D=(-2,2)$ c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^n}, \quad D=\mathbb{R}$

Aufgabe 7.4

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-x-1}{x+1}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-x-1}{x-1}$ c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$ e) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{2-x}-\frac{12}{8-x^3}\right)$ f) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{x-2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}$ h) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{8x^3+2x^2+1}{2x^3+7x}$ i) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\sqrt{4x^2+2x-1}-2x$

Bemerkung: Alle Informationen zu dieser Vorlesung finden Sie unter
`http://www2.math.uni-paderborn.de/people/sinaob/teaching/mathematik.html`

Abgabetermin Mittwoch, 29.05.2013, 11:00 Uhr, im grünen Kasten 111 im Flur D1.

Einzelabgaben sind sinnvoll und nützlich, Gruppenabgaben möglich (nicht mehr als drei Personen). Bitte vergessen Sie nicht, auf Ihren Abgaben Ihren Namen und Ihre Matrikel-Nummer anzugeben (bei Gruppenabgaben bitte zu allen Personen). Die Lösungswege sollen handschriftlich, leserlich und nachvollziehbar aufgeschrieben werden.