WS 2004/2005

Prof. Dr. Michael Dellnitz
Dr. Robert Preis
Dipl.-Math. Mirko Hessel–von Molo

Numerische Mathematik I

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1 (3 Punkte) (a) Berechnen Sie die Pseudoinverse der folgenden Matrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1,2}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,1}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,3}.$$

(b) Berechnen Sie für allgemeine $b_1 \in \mathbb{R}$, $b_2 \in \mathbb{R}^3$ und $b_3 \in \mathbb{R}^2$ die *Pseudonormallösungen* $A_i^+ b_i$ der linearen Gleichungssysteme

$$A_i\, x = b_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

wobei die A_i wie im ersten Teil der Aufgabe gewählt sind.

Aufgabe 5.2 (4 Punkte) Berechnen Sie für $\rho \in \mathbb{R}$, $|\rho| \leq 1$, die Pseudoinverse der Matrix

$$A(\rho) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \rho \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ist $A(\cdot)^+ : [-1, 1] \to \mathbb{R}^{2,3}$ eine stetige Funktion?

Aufgabe 5.3 (2 Punkte) Es sei $A \in \mathbb{R}^{m,n}$. Zeigen Sie, dass es höchstens eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{n,m}$ gibt, die den Bedingungen

$$AB = (AB)^T,\ BA = (BA)^T,\ ABA = A,\ BAB = B$$

genügt.

Aufgabe 5.4 (3 Punkte) Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine *normale* Matrix, d.h. $A^T A = AA^T$, so ist $A^+ A = AA^+$.

(b) Ist $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, so ist $(A^+)^T = (A^T)^+$ und $(A^+)^+ = A$.

Aufgabe 5.5 (3 Punkte) Gegeben seien die folgenden fünfstelligen Werte y_i von $\sin(x)$ an den äquidistanten Stützstellen x_i :

$x_i =$	$20°$	$30°$	$40°$	$50°$
$y_i =$	0.34202	0.50000	0.64279	0.76604

Bestimmen Sie mittels kubischer Interpolation den interpolierten Wert an der Stelle $x = 36°$.

Abgabetermin für dieses Blatt: 23. 11. 2004, 9.15 Uhr, oranger Kasten 12 im Flur D1. Bitte vergessen Sie nicht, auf dem Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikel-Nummer sowie den Termin der besuchten Übungsgruppe anzugeben.