

Numerische Mathematik I

Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1 (5 Punkte) (a) Es sei $\Delta = \{-1, 0, 1, 2\}$ eine Zerlegung des Intervalls $[-1, 2]$, und es seien

$$f_0 = 1, f_1 = 0, f_2 = 1, f_3 = 8.$$

Ist die Funktion $g(x) = |x|^3$ ein den Werten f_i zugehöriger interpolierender Spline zur Zerlegung Δ ?

(b) Bestimmen Sie alle Werte $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, für die

$$s(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 + b(x-1)^3 & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ c(x-2)^2 & \text{für } 1 \leq x < 3 \\ d(x-2)^2 + e(x-3)^3 & \text{für } 3 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

ein *kubischer* Spline, d. h. ein Spline vom Grad 3, ist.

Aufgabe 9.2 (4 Punkte) Gegeben sei die Zerlegung $\Delta = \{0, 1, 2\}$ des Intervalls $[0, 2]$. Bestimmen Sie einen kubischen Spline s bezüglich Δ , der die Interpolationsbedingungen

$$s(0) = s(1) = 0, \quad s'(0) = -1 \quad \text{und} \quad s'(2) = 5$$

erfüllt.

Aufgabe 9.3 (5 Punkte) Zur Wiederholung: Bestimmen Sie zu der Funktion

$$f(x) = \ln(x) - \frac{2(x-1)}{x}$$

und den Stützstellen $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 4, x_3 = 8$ und $x_4 = 10$ das Interpolationspolynom, eine Schranke für den Interpolationsfehler sowie den tatsächlich an den Stellen $x = 2,9$ und $x = 5,25$ gemachten Interpolationsfehler.

Abgabetermin für dieses Blatt: 21. 12. 2004, 9.15 Uhr, oranger Kasten 12 im Flur D1. Bitte vergessen Sie nicht, auf dem Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikel-Nummer sowie den Termin der besuchten Übungsgruppe anzugeben.