

# Numerische Mathematik I

## Übungsblatt 12

**Aufgabe 12.1 (5 Punkte)** Es sei  $T(h)$  die durch die Trapezregel auf Teilintervallen der Länge  $h$  gegebene Quadraturformel. Berechnen Sie  $T(h)$  für das Integral

$$I = \int_1^{1,4} e^{-t^2} dt$$

mit  $h = \frac{0,4}{2^i}$ . Dabei soll  $i \in \mathbb{N}$  so gewählt sein, dass  $|T(h) - I| \leq 10^{-6}$  gilt.

**Aufgabe 12.2 (4 Punkte)** Die  $n$ -te Newton-Cotes-Formel ist so konstruiert, dass sie für Polynome vom Höchstgrad  $n$  den exakten Integralwert liefert. Zeigen Sie, dass darüber hinaus für gerades  $n$  durch die  $n$ -te Newton-Cotes-Formel auch noch Polynome vom Grade  $n + 1$  exakt integriert werden.

**Aufgabe 12.3 (4 Punkte)** Betrachten Sie den Raum  $S_3(\Delta_2)$  auf dem Intervall  $[0, 2]$  zu den Stützstellen  $\Delta_2 = \{0, 1, 2\}$  mit natürlichen Randbedingungen. Bestimmen Sie die Gewichte einer Quadraturformel zu den Knoten  $\Delta_2$ , die alle Splines  $s \in S_3(\Delta_2)$  exakt integriert.

**Aufgabe 12.4 (5 Punkte)** Für  $t_0 \neq t_1$  sei ein Polynom  $P$  vom Höchstgrad drei bestimmt durch

$$\begin{aligned} P(t_0) &= f(t_0), & P(t_1) &= f(t_1), \\ P'(t_0) &= f'(t_0), & P'(t_1) &= f'(t_1). \end{aligned}$$

Geben Sie in der Formel

$$\int_{-1}^1 P(t) dt = A_1 f(t_0) + A_2 f'(t_0) + A_3 f(t_1) + A_4 f'(t_1)$$

die Gewichte  $A_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , als Funktionen von  $t_0$  und  $t_1$  an. Bestimmen Sie dann  $t_0$  und  $t_1$  derart, dass  $A_2 = A_4 = 0$  gilt.

**Hinweis:** Um unsere Daten auf mögliche fehlerhafte Eintragungen zu überprüfen, erhalten Sie auf der Webseite [http://www.math.upb.de/~mirkoh/NumerikI\\_WS0405](http://www.math.upb.de/~mirkoh/NumerikI_WS0405) die Möglichkeit, nach Eingabe eines persönlichen Passwortes ihre Daten bei uns einzusehen. Bitte machen Sie im eigenen Interesse davon Gebrauch.

Abgabetermin für dieses Blatt: 25. 1. 2005, 9.15 Uhr, oranger Kasten 12 im Flur D1. Bitte vergessen Sie nicht, auf dem Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikel-Nummer sowie den Termin der besuchten Übungsgruppe anzugeben.