

Geometrische Mechanik und geometrische Integratoren

Zur Beschreibung der Dynamik mechanischer Systeme haben sich innerhalb der klassischen Mechanik zwei Hauptzweige entwickelt: der Lagrange- und der Hamilton-Formalismus. Während der Lagrange-Formalismus auf Variationsprinzipien beruht, basiert der Hamilton-Formalismus auf der Beobachtung von Energien im System.

In dieser Veranstaltung werden die kontinuierlichen und diskreten Formulierungen der Lagrange- und Hamilton Mechanik aus geometrischer Sicht behandelt mit dem Ziel, effiziente numerische Simulationen solcher Systeme zu ermöglichen.

Dazu werden zunächst grundlegende Definitionen und Konzepte für die Lagrange- und Hamilton Mechanik eingeführt wie das Hamiltonsche Prinzip, die Symplektizität, das Noether Theorem und damit verbundene Erhaltungseigenschaften des mechanischen Systems sowie die Legendre Transformationen, die Lagrange und Hamilton Systeme ineinander überführt.

In der diskreten Formulierung werden entsprechende diskrete Konzepte und diskrete Eigenschaften eingeführt. Dies bildet die Basis zur effizienten Simulation mechanischer Systeme. Die diskrete Formulierung führt zu numerischen Verfahren - sogenannten geometrischen Integratoren, deren diskrete Lösung die gleichen Strukturen und Erhaltungseigenschaften aufweist wie die Lösung des kontinuierlichen Systems. Dieses ist vor allem bei Langzeitsimulationen von Vorteil, wie auch anhand von Beispielen gezeigt wird.

Literatur

J. Marsden and T. Ratiu. *Introduction to Mechanics and Symmetry. A Basic Exposition of Classical Mechanical Systems. Texts in Applied Mathematics 17*, Springer, 1994.

J. Marsden and M. West. *Discrete mechanics and variational integrators. Acta Numerica*, pp. 357–514, 2001.

E. Hairer, G. Wanner, and C. Lubich. *Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations*. Springer, 2004.