

Mathematik 3 für Maschinenbauer

Übungsblatt 2

GRUPPENÜBUNGEN

Aufgabe 2.1 Variationen der bekannten Koordinatentransformationen ergeben sich, wenn man zusätzlich zur Transformation die Reihenfolge von Koordinaten vertauscht. So können z. B. “ x -Zylinderkoordinaten” entwickelt werden, bei denen der Zylinder um die x -Achse liegt, in dem nach der Transformation mittels $\Phi_{Zyl,kart}$ noch die x - und die z -Koordinate vertauscht werden.

Geben Sie Transformationsabbildungen $\Phi_{Zyl,kart}^x$ bzw. $\Phi_{Zyl,kart}^y$ (jeweils incl. Umkehrabbildung) für so erhaltene Koordinatensysteme an, bei denen sich die Zylinder ($r = 1, \varphi \in [0, 2\pi), z \in [a, b]$) entlang der x - und der y -Achse erstrecken.

Aufgabe 2.2 Beschreiben Sie die im Folgenden durch kartesische Koordinaten dargestellten Mengen in den in Aufgabe 2.1 erhaltenen Zylinder-Koordinatensystemen. Bestimmen Sie dazu jeweils $\Phi_{kart,Zyl}^*(M)$ durch Rechnung und / oder geometrische Betrachtungen.

(a) $M = \{(x, y, z) \mid -x^2 + y^2 + z^2 \leq 0, x^2 \leq 1\}$

(b) $M = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x \geq 1\}$

(c) $M = \{(x, y, z) \mid x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 3, x < 0\}$

Aufgabe 2.3 Schreiben Sie die folgenden Teilmengen von \mathbb{R}^2 in der Form

$$G = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq h(x)\}$$

mit geeigneten Funktionen $g, h : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.

(a) $G = \{(x, y) \mid x^4 + y^2 \leq 1\}$

(b) $G = \{(x, y) \mid e^{x^2} \cdot e^{y^2} \leq 3\}$

(c) $G = \{(x, y) \mid \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$