

Mathematik 3 für Maschinenbauer

Übungsblatt 3

GRUPPENÜBUNGEN

Aufgabe 3.1 Gegeben sei die Menge $G = \{(x, y) \mid \frac{1}{2} \leq |x| + |y| \leq 1\}$.

- (a) Skizzieren Sie G . Warum ist G kein Normalbereich?
- (b) Bestimmen Sie eine disjunkte Zerlegung $G = G_1 \cup G_2$ in Normalbereiche.
- (c) Wie können Sie nun $\int_B 1 d(x, y)$ berechnen? Führen Sie die Rechnung aus.

Aufgabe 3.2 (a) Welche dieser Teilmengen von \mathbb{R}^2 sind Normalbereiche? Geben Sie die entsprechenden Funktionen g, h an. Evtl. hilft es Ihnen, jeweils zunächst eine Skizze der Menge anzufertigen.

- a) $G_1 = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$
- b) $G_2 = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$

- (b) Bestimmen Sie die Integrale

a) $\int_{G_1} xy d(x, y)$ b) $\int_{G_2} \sin(x) d(x, y)$.

Aufgabe 3.3 Die folgende Menge entsteht, in dem aus einer Kreisscheibe eine kleinere Kreisscheibe ausgeschnitten wird.

$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4 \text{ und } (x - 1)^2 + y^2 \geq 1\}$$

- (a) Skizzieren Sie B .
- (b) Finden Sie drei paarweise disjunkte Normalbereiche B_1, B_2, B_3 so, dass $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ ist.
- (c) Berechnen Sie $\int_B xy d(x, y)$. Welche Integraleigenschaft ist dabei nützlich?