Wahlpflichtveranstaltungen im Bereich Stochastik B.Sc. (Techno-)Mathematik, Studienjahr 25/26

Ansprechpartner: Martin Kolb

Stochastik: Bachelor

Vorlesung: Stochastik 2 (4+2 SWS)

- Dozent: Martin Kolb
- Semester: WiSe 24/25, wird jährlich angeboten
- Zielgruppe: B.Sc. (Techno-)Mathematik 5. Semester
- Voraussetzungen: Stochastik 1/Fundamente der Stochastik 1
- Inhalt: stoch. Kerne, Markov-Ketten, stoch. Konvergenzarten, Grenzwertsätze, bedingte Erwartungen, **Martingale**,...

Anmerkungen:

- Die Vorlesung wird für alle folgenden Veranstaltungen im Bereich Stochastik (Bachelor und Master) vorausgesetzt!
- Aufbauend auf die Veranstaltung können Bachelorarbeiten vergeben werden.
- Im folgenden SoSe wird je nach Interesse der Teilnehmer der Stochastik 2 eine Vorlesung und/oder ein Seminar stattfinden.

Stochastik: Ausblick

Anmerkungen:

- Voraussetzung für Vergabe von Bachelorarbeiten: Vorlesung 'Stochastik 2'
- Voraussetzung für Vergabe von Masterarbeiten: Mindestens eine der Vorlesungen im Master
- Für alle folgenden Veranstaltungen wird 'Stochastik 2' vorausgesetzt, ansonsten gibt es keine (bedeutenden) Abhängigkeiten zwischen den Veranstaltungen.

Consider the finite dimensional case for simplicity here:
$\mathcal{H} = \mathbb{C}^k$, $\mathcal{D}_k = \{\rho \in M_k(\mathbb{C}) \mid \rho \geq 0, \mathrm{Tr}(\rho) = 1\}$, $H \in M_k(\mathbb{C})$ selfadjoint, $V_i \in M_k(\mathbb{C})$ $(i \in I = I_b \cup I_p)$.

Lindbladian $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} : \mathcal{D}_k \to \mathcal{D}_k, \rho \mapsto -i[H, \rho] + \sum_{m \in I} (V_m \rho V_m^* - \frac{i}{2}\{V_m^* V_m, \rho\}),$$

where $[\cdot, \cdot]$ and $\{\cdot, \cdot\}$ denote commutator and anticommutator, respectively.

Lindblad equation/Quantum master equation:

$$\partial \rho_t = \mathcal{L} \rho_t \, dt$$

gives evolution

$$\mathbb{R}_+ \ni t \mapsto \rho_t \in \mathcal{D}_k.$$

Physical relevance

Lindblad equations describe (in the Markovian approximation) the evolution of

open quantum systems,

i.e. of systems interacting with an environment.

Stochastic representations/Unravellings

A stochastic unravelling of the Lindblad equation is a stochastic process $(X_t)_t$ (Quantum trajectory) with values in $\mathcal{D}_k$ such that the averages

$$\rho_t := \mathbb{E}[X_t]$$

satisfies the Lindblad equation. Originally introduced as a tool to simulate open systems!