

Analysis I

Übungsblatt 12 – Schnittstellenaufgabe

Abgabe

26. Januar, 11:00 Uhr

Kasten 114, 115 (D1-Flur)

Christian Fleischhack

Max Hoffmann

Stand: 18. Januar 2017

Verwenden Sie die Titelseitenvorlage.

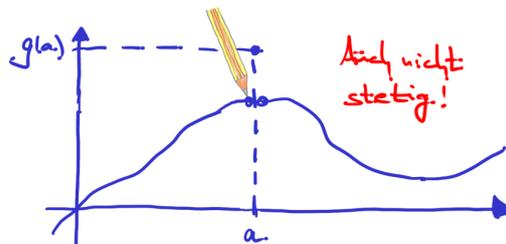
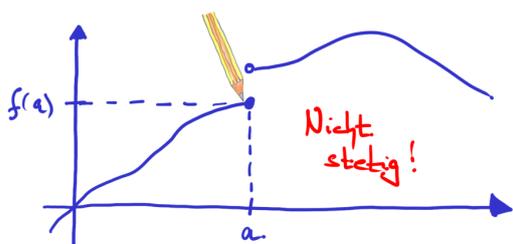
Schnittstellenaufgabe 3 (Bleistiftdefinition der Stetigkeit)

Die folgende Aufgabe beruht auf Ideen, Aufgaben und nachgezeichneten Abbildungen aus den Schulbüchern *Mathematik Neue Wege. Analysis II. 2011 Bildungshaus Schulbuchverlage (S. 125)* und *Lambacher Schweizer Leistungskurs. NRW. 2002 Klett Verlag (S. 39f.)*.

Eine oft anzutreffende intuitive Vorstellung zur Stetigkeit einer Funktion (insbesondere im Bereich der Schule) ist die folgende:

Eine Funktion ist stetig, wenn man den Graphen der Funktion, ohne abzusetzen, mit einem Bleistift durchzeichnen kann.

Beispiel. Beim Zeichnen folgender Funktionsgraphen muss man den Bleistift an der Stelle a absetzen.



Wir bezeichnen Funktionen mit dieser Eigenschaft als *bleistiftstetig*.

Betrachten Sie die folgenden Funktionen und bearbeiten Sie a) und b).

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \begin{cases} 0, & x \in [-1, 0], \\ 1, & x \in (0, 1], \end{cases} \quad g : [-1, 0) \cup (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) := \begin{cases} 0, & x \in [-1, 0), \\ 1, & x \in (0, 1], \end{cases}$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) := \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad j : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad j(x) := \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

- An welchen Stellen sind die Funktionen jeweils stetig bzw. unstetig. Beweisen Sie Ihre Antworten.
- Versuchen Sie, eine formale Definition (oder auch mehrere) für die oben beschriebene Bleistiftstetigkeit anzugeben. Diskutieren Sie, ob diese äquivalent zur normalen Stetigkeit ist bzw. sind. Dabei kann es hilfreich sein, potentielle Definitionen für die Bleistiftstetigkeit auf die einzelnen Beispiele anzuwenden und sich die daraus resultierenden Konsequenzen zu überlegen. Setzen Sie sich insbesondere mit den Formulierungen „ohne abzusetzen“ und „mit einem Bleistift (durch)zeichnen“ kritisch auseinander.

Hinweis: Die folgenden Links können nützlich sein: <https://ggbm.at/g7r7KdaQ>, <https://ggbm.at/whZbDSNa>