Christian Fleischhack Universität Paderborn

Analysis I

Übungsblatt 1

Die Lösungsblätter sind bis

Montag, 19. Oktober 2009, 11:00 Uhr

in die in Flur D1 befindlichen grünen Schließfächer
Nr. 116 (Gruppen 1 bis 3) bzw. Nr. 129 (Gruppen 4 bis 7) zu werfen.

Aufgabe 1 *(5 Punkte)*

Zeigen Sie nur unter Verwendung der Körperaxiome, daß für alle $a, b \in \mathbb{R}$
- die Gleichung $a + x = b$ genau eine Lösung $x \in \mathbb{R}$ hat;
- $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$ gilt.

Aufgabe 2 *(6 Punkte)*

Zeigen Sie für alle reellen Zahlen a, b, c, d:

$$\begin{array}{rclcl} & & 0 < c & \Longleftrightarrow & -c < 0 \\ & & 0 < c < d & \Longrightarrow & 0 < c^2 < d^2 \\ & & 0 < c < d & \Longrightarrow & 0 < \frac{1}{d} < \frac{1}{c} \\ 0 < a < b & \text{und} & 0 < c < d & \Longrightarrow & 0 < ac < bd \\ 0 < a < b & \text{und} & 0 < c < d & \Longrightarrow & 0 < \frac{a}{d} < \frac{b}{c} \\ 0 < a < b & \text{und} & c < 0 & \Longrightarrow & bc < ac < 0 \end{array}$$

Aufgabe 3 *(3 Punkte)*

Gilt $0 < 1$ oder $1 < 0$ in $\mathbb{R}$? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 *(6 Punkte)*

Zeigen Sie, daß für jedes nichtnegative $a \in \mathbb{R}$ ein nichtnegatives $x \in \mathbb{R}$ mit $x^2 = a$ existiert.

Aufgabe 5 *(4 Punkte)*

Zeigen Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$, daß die Gleichung $x^2 = a$ höchstens eine positive reelle Lösung haben kann.

Hinweis: Es wird nicht angenommen, daß a positiv ist.

Aufgabe 6 *(4 Punkte)*

Zeigen Sie, daß $|a| = \max\{a, -a\} = \sqrt{a^2}$ für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 7 *(3 Punkte)*

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen, die eine obere Schranke der leeren Menge $\varnothing \subseteq \mathbb{R}$ sind.