Christian Fleischhack Universität Hamburg

Differentialgeometrie II

Übungsblatt 8

Abgabetermin: Montag, 18. Dezember 2006, zur Übung

Aufgabe 19 *(4 Punkte)*

Geben Sie (unter Verwendung der in der Vorlesung angegebenen Schnitte) die lokalen Trivialisierungen sowie die entsprechende Übergangsabbildung für das komplexe Hopfbündel $S^3 \longrightarrow S^2$ an. Zeigen Sie, daß die Übergangsabbildung nicht homotop zur konstanten Abbildung ist. (Daraus folgt, daß das Hopfbündel nichttrivial ist.)

Aufgabe 20 *(4 Punkte)*

Sei G eine Liegruppe mit Liealgebra $\mathfrak{g}$. Definiere durch $\mathrm{Ad}\, g := L_g \circ R_{g^{-1}} : G \longrightarrow G$ die adjungierte Wirkung von G auf sich selbst.

Zeigen Sie:
1. $\mathrm{Ad} : G \longrightarrow \mathrm{Gl}(\mathfrak{g})$ mit $\mathrm{Ad}(g) := \mathrm{d}(\mathrm{Ad}\, g)$ ist eine Darstellung von G.
2. $\mathrm{ad} := \mathrm{d}\, \mathrm{Ad} : \mathfrak{g} \longrightarrow \mathfrak{gl}(\mathfrak{g})$ ist Darstellung von $\mathfrak{g}$, und es gilt $(\mathrm{ad} X)Y = [X, Y]$.

Hinweis: Es mag ratsam sein, zunächst die Stetigkeit von Ad zu zeigen. Ebenso empfiehlt es sich zu zeigen, daß $[X, Y]_x = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|_{t=0}(\varphi'_t Y)_x$ für die von X erzeugte Ein-Parameter-Untergruppe φ_t gilt. (Andere Lösungswege werden natürlich ebenfalls akzeptiert. Bitte nehmen Sie diesmal jedoch nicht an, daß G linear ist.)