

Funktionentheorie

Übungsblatt 1

Die Lösungsblätter sind bis

Donnerstag, 13. April 2011, 11:00 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bestimmen Sie alle komplexen Nullstellen der Funktionen $\sin : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ und $\cos : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Zeigen Sie, daß jede Ableitung einer \mathbb{K} -analytischen Funktion f wieder \mathbb{K} -analytisch ist. Geben Sie unter Verwendung der Potenzreihenentwicklung von f die der k -ten Ableitung $f^{(k)}$ explizit an.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sei μ ein endliches Borelmaß auf einem topologischen Raum X sowie $g : X \rightarrow \mathbb{C}$ eine stetige Funktion. Definiere $f : \mathbb{C}(\overline{\text{Bild}g}) \rightarrow \mathbb{C}$ durch

$$f(z) := \int_X \frac{1}{g(x) - z} d\mu(x).$$

Zeigen Sie, daß f analytisch ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Betrachten Sie den Weg γ , der das Quadrat mit den Eckpunkten $1, i, -1$ und $-i$ (im mathematisch positiven Richtungssinn) durchläuft. Berechnen Sie explizit das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} z^n dz$$

für ganze $|n| \leq 2$ durch Berechnung der Integrale über die differenzierbaren Teilwege.