

# Funktionentheorie

## Übungsblatt 3

*Die Lösungsblätter sind bis*

**Donnerstag, 28. April 2011, 11:00 Uhr**

*in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.*

### Aufgabe 10

**(6 Punkte)**

Bestimmen Sie jeweils

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1+z^2} dz,$$

wobei  $\gamma$  die folgenden Mengen im mathematisch positiven Richtungssinn durchläuft:

$$|z - i| = 1 \quad \text{bzw.} \quad |z + i| = 1 \quad \text{bzw.} \quad |z| = 2.$$

### Aufgabe 11

**(6 Punkte)**

Sei  $f(z) := \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$  eine Potenzreihe mit Konvergenzradius  $r > 1$ , die den Einheitskreis injektiv auf ein Gebiet  $G$  abbildet. Bestimmen Sie den Flächeninhalt von  $G$ .

### Aufgabe 12

**(4 Punkte)**

Ist das Bild eines einfach zusammenhängenden Gebietes bzgl. einer analytischen Funktion wieder einfach zusammenhängend? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 13

**(5 Punkte)**

Sei  $f$  in einem Gebiet  $G$  analytisch und  $\overline{B_r(a)}$  eine vollständig in  $G$  liegende Kreisscheibe. Zeigen Sie, daß  $f$  hier die folgende Mittelwerteigenschaft besitzt:

$$f(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a + re^{it}) dt.$$