

Funktionentheorie

Übungsblatt 3

Die Lösungsblätter sind bis

Donnerstag, 28. April 2011, 11:00 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 10

(6 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1+z^2} dz,$$

wobei γ die folgenden Mengen im mathematisch positiven Richtungssinn durchläuft:

$$|z - i| = 1 \quad \text{bzw.} \quad |z + i| = 1 \quad \text{bzw.} \quad |z| = 2.$$

Aufgabe 11

(6 Punkte)

Sei $f(z) := \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $r > 1$, die den Einheitskreis injektiv auf ein Gebiet G abbildet. Bestimmen Sie den Flächeninhalt von G .

Aufgabe 12

(4 Punkte)

Ist das Bild eines einfach zusammenhängenden Gebietes bzgl. einer analytischen Funktion wieder einfach zusammenhängend? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 13

(5 Punkte)

Sei f in einem Gebiet G analytisch und $\overline{B_r(a)}$ eine vollständig in G liegende Kreisscheibe. Zeigen Sie, daß f hier die folgende Mittelwerteigenschaft besitzt:

$$f(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a + re^{it}) dt.$$