

# Funktionentheorie

## Übungsblatt 6

*Die Lösungsblätter sind bis*

**Donnerstag, 19. Mai 2011, 11:00 Uhr**

*in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.*

### Aufgabe 22

**(8 Punkte)**

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(z) := \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}$$

als Reihe  $\sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n z^n$ . Auf welchen Gebieten existiert eine solche Entwicklung? Wie lauten jeweils die Koeffizienten explizit?

### Aufgabe 23

**(5 Punkte)**

Sei  $f$  meromorph mit einem Pol der Ordnung  $m$  in  $z_0$ . Zeigen Sie, daß

$$\operatorname{Res}(f; z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{\partial^{m-1}}{\partial z^{m-1}} \frac{(z - z_0)^m f(z)}{(m-1)!}$$

### Aufgabe 24

**(5 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} e^{itx} dx$$

für alle  $t \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabe 25

**(5 Punkte)**

Welche Werte kann das Integral

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{1+z^2}$$

annehmen, wenn  $\gamma$  alle Wege durchläuft, die 0 mit 1 verbinden, aber keinen Pol des Integranden passieren?

### Aufgabe 26

**(8 Punkte)**

Sei  $a$  eine isolierte Singularität der Funktion  $f$ , also auch für  $e^f$ . Legt die Art der Singularität bzgl.  $f$  (hebbar, Pol, wesentlich) bereits die Art der Singularität bzgl.  $e^f$  fest?