

Funktionentheorie

Übungsblatt 6

Die Lösungsblätter sind bis

Donnerstag, 19. Mai 2011, 11:00 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 22

(8 Punkte)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(z) := \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}$$

als Reihe $\sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n z^n$. Auf welchen Gebieten existiert eine solche Entwicklung? Wie lauten jeweils die Koeffizienten explizit?

Aufgabe 23

(5 Punkte)

Sei f meromorph mit einem Pol der Ordnung m in z_0 . Zeigen Sie, daß

$$\operatorname{Res}(f; z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{\partial^{m-1}}{\partial z^{m-1}} \frac{(z - z_0)^m f(z)}{(m-1)!}$$

Aufgabe 24

(5 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} e^{itx} dx$$

für alle $t \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 25

(5 Punkte)

Welche Werte kann das Integral

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{1+z^2}$$

annehmen, wenn γ alle Wege durchläuft, die 0 mit 1 verbinden, aber keinen Pol des Integranden passieren?

Aufgabe 26

(8 Punkte)

Sei a eine isolierte Singularität der Funktion f , also auch für e^f . Legt die Art der Singularität bzgl. f (hebbar, Pol, wesentlich) bereits die Art der Singularität bzgl. e^f fest?