Christian Fleischhack Universität Paderborn

Funktionentheorie

Übungsblatt 8

Die Lösungsblätter sind bis

Mittwoch, 1. Juni 2011, 13:00 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 31 *(7 Punkte)*

Sei f eine doppelt periodische[1] meromorphe Funktion auf $\mathbb{C}$ mit den Perioden ω_1 und ω_2. Zeigen Sie, daß

$$\{\lambda_1\omega_1 + \lambda_2\omega_2 \mid 0 \leq \lambda_i < 1\}$$

genauso viele Nullstellen wie Polstellen von f enthält (jeweils mit Vielfachheit gezählt).

Aufgabe 32 *(6 Punkte)*

Zeigen Sie, daß für jedes $R > 0$ ein $N \in \mathbb{N}$ existiert, so daß für alle $n \geq N$ die n-te Partialsumme

$$1 + z + \frac{1}{2!}z^2 + \ldots + \frac{1}{n!}z^n$$

der Exponentialfunktion keine Nullstelle z_0 mit $|z_0| \leq R$ besitzt.

Aufgabe 33 *(6 Punkte)*

Bestimmen Sie

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{\cos x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x$$

Aufgabe 34 *(7 Punkte)*

Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}x}{1+x^n}$$

für beliebige ganze $n \geq 2$.

[1]Eine holomorphe Funktion f auf $\mathbb{C}$ heißt genau dann **doppelt periodisch**, wenn sie zwei bzgl. $\mathbb{R}$ linear unabhängige Perioden besitzt. Diese Definition überträgt sich in offensichtlicher Weise auf meromorphe Funktionen.