Michael Winkler
Johannes Lankeit

2.2.2015

15. Übung zur „Höheren Analysis“ im WS 2014/2015

Präsenzaufgabe 1:
Finde alle klassischen Lösungen $u \in C^2(\overline{\Omega})$ von

$$\Delta u = \sqrt{u} \qquad \text{in } \Omega, \qquad\qquad u\big|_{\partial\Omega} = 0.$$

Präsenzaufgabe 2:
Untersuche in $\Omega = B_R \subset \mathbb{R}^n$ die Lösungen des Anfangsrandwertproblems

$$u_t = \Delta u + 42 - u^4, \qquad u\big|_{\partial\Omega} = 0, \qquad u(\cdot, 0) = u_0(\cdot) \geq 0,$$

worin $u_0 \in C^0(\overline{\Omega})$ mit $u_0\big|_{\partial\Omega} = 0$. Was lässt sich über ihr Langzeitverhalten aussagen?
Hinweis: Betrachte zunächst radiale Anfangsdaten.

Präsenzaufgabe 3:
Es seien $w, \widetilde{w} \in C^2(\overline{\Omega})$ Lösungen von

$$-\Delta u = \sqrt{u}, \qquad u\big|_{\partial\Omega} = 0,$$

für die es Konstanten $c_0, c_1, c_2, c_3 > 0$ gebe mit

$$c_0 \operatorname{dist}(x, \partial\Omega) \leq w(x) \leq c_1 \operatorname{dist}(x, \partial\Omega), \qquad c_2 \operatorname{dist}(x, \partial\Omega) \leq \widetilde{w}(x) \leq c_3 \operatorname{dist}(x, \partial\Omega).$$

Setze $\mu_1 := \sup\{0 < \mu \leq 1; \mu w \leq \widetilde{w}\}$.
Warum ist μ_1 wohldefiniert?
Zeige, dass im Fall $\mu_1 < 1$ damit $\Delta(\mu_1 w - \widetilde{w}) > 0$ in Ω gölte und damit $\widetilde{w} > \mu_1 w$.
Wie lässt sich diese Beobachtung zu der Feststellung $w = \widetilde{w}$ ausbauen?

Hausübungen

Abgabe: ad Kalendas Graecas, 9:16 Uhr

Hausaufgabe 1:
Betrachte nochmal die Inhalte der Vorlesung sowie die Übungsblätter und stelle ggf. Fragen dazu.

Die Klausur findet am 17.02.2015, 10.00 Uhr, in D1 312 statt.