Michael Winkler
Johannes Lankeit

18. Juli 2016

13. Übung zur Vorlesung „Partielle Differentialgleichungen“ im SS 2016

Präsenzaufgabe 1:
a) Finde ein Funktional E derart, dass

$$\frac{d}{dt}E(u(\cdot,t)) = -\int_\Omega u_t^2$$

für Lösungen des Anfangsrandwertproblems

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + u - u^2 \\ \partial_\nu u\big|_{\partial\Omega} = 0 \\ u(\cdot,0) = u_0. \end{cases}$$

b) Betrachte nun allgemeiner

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + f(u) \\ \partial_\nu u\big|_{\partial\Omega} = 0 \\ u(\cdot,0) = u_0 \end{cases}$$

mit einem $f \in C^1(\mathbb{R})$ derart, dass $f_+ \in L^1((0,\infty))$ und $f_- \in L^1((-\infty,0))$. Zeige, dass

$$t \mapsto \int_\Omega |\nabla u(\cdot,t)|^2, \quad t \in [0,\infty),$$

für jede globale Lösung zu Anfangsdaten $u_0 \in C^1(\overline{\Omega})$ beschränkt ist.

Präsenzaufgabe 2:
Was kannst du für nichtnegatives $u_0 \in C^1(\overline{\Omega})$ für das Problem

$$u_t = \Delta u + u - u^2, \quad u\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad u(\cdot,0) = u_0$$

über $\omega(u_0)$ sagen?

Hausübungen

Abgabe: Ad Kalendas Graecas, 9:10 Uhr

Hausaufgabe 1:
Bereite dich hinreichend gut auf die mündliche Prüfung am 3.8. vor.
Ort der Prüfung: D 1 230; Uhrzeit: 13.00 (EB), 13.35 (BU), 14.10 (MF).