Institut für Mathematik
Prof. Dr. Helge Glöckner
Jakob Schütt

SS 2018
10.05.2018

4. Übungsblatt zur „Vorlesung Nichtlineare Funktionalanalysis“

Gruppenübung

Aufgabe G11 (Differenzierbarkeit von Kurven)

In der Vorlesung haben Sie die n-fache Differenzierbarkeit der Kurve $\gamma\colon I \to E$, von einem nicht entarteten Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$ in einen lokalkonvexen Raum E für $n \geq 2$ wie folgt erklärt:

> $\gamma\colon I \to E$ ist eine C^n-Abbildung, falls γ eine C^1-Abbildung ist und γ' eine C^{n-1}-Abbildung ist. Definiere dann $\gamma^{(n)} := (\gamma')^{(n-1)}$. $(\star)$

Wir betrachten noch die folgende alternative Definition:

> $\gamma\colon I \to E$ ist eine C^n-Abbildung, falls γ eine C^{n-1} Abbildung ist und $\gamma^{(n-1)}$ eine C^1-Abbildung ist. Definiere dann $\gamma^{(n)} := (\gamma^{(n-1)})'$. $(\star\star)$

Zeigen Sie, dass für eine Kurve γ genau dann nach $(\star)$ eine C^n-Kurve ist, wenn sie nach $(\star\star)$ eine C^n-Kurve ist und das die n-ten Ableitungen übereinstimmen.

Aufgabe G12 (FC^k-Abbildungen sind FC^{k-1})

Es seien $(E, \|.\|_E)$ und $(F, \|.\|_F)$ Banachräume, $U \subseteq E$ eine nichtleere offene Menge, $f\colon U \to F$ eine Abbildung und $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$. Zeigen Sie: Ist f eine FC^k-Abbildung, so ist f auch eine FC^{k-1}-Abbildung.

Aufgabe G13 (Stetige bilineare Abbildungen)

Es seien $(E_1, \|.\|_{E_1})$, $(E_2, \|.\|_{E_2})$ und $(F, \|.\|_F)$ Banachräume und $\beta\colon E_1 \times E_2 \to F$ eine bilineare Abbildung. Wir definieren die Operatornorm von β durch

$$\|\beta\|_{op} := \sup_{\|(x,y)\|_\infty \leq 1} \|\beta(x, y)\|_F.$$

Zeigen Sie, dass β genau dann stetig ist, wenn $\|\beta\|_{op}$ endlich ist.