

6. Übungsblatt zur „Vorlesung Nichtlineare Funktionalanalysis“

Gruppenübung

Aufgabe G16 (Trilineare Abbildungen)

Seien E_1, E_2, E_3 und F normierte Räume. Zeigen Sie, dass jede stetige trilineare Abbildung $T: E_1 \times E_2 \times E_3 \rightarrow F$ bereits FC^1 ist und bestimmen Sie die Ableitung.

Aufgabe G17 (FC^1 Abbildungen und partielle Ableitungen)

Sei $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ offen und $(E, \|\cdot\|)$ ein beliebiger normierter Raum. Sei $f: \Omega \rightarrow E$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass f genau dann eine FC^1 -Abbildung ist, wenn die partiellen Ableitungen $D_i f: \Omega \rightarrow E, i = 1, 2$ in jedem Punkt $(x_1, x_2) \in \Omega$ existieren und stetig sind.

Aufgabe G18 (FC^k Abbildungen und partielle Ableitungen)

Sei $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ offen, $(E, \|\cdot\|)$ ein beliebiger normierter Raum und $f: \Omega \rightarrow E$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass f genau dann eine FC^k Abbildung ist, wenn die iterierten partiellen Ableitungen $D_{i_r} \cdots D_{i_1} f$ mit $i_j \in 1, 2, \dots, n$ und $0 \leq r \leq k$ in jedem Punkt in Ω existieren und stetig sind.