

# 1. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

## Gruppenübungen

**Aufgabe G1** (Der Raum der beschränkten (stetigen) Funktionen)

(a) Sei  $X$  eine Menge. Zeigen Sie, dass der Raum

$$B(X) := \{f: X \rightarrow \mathbb{K} : \|f\|_\infty < \infty\},$$

der beschränkten Abbildungen auf  $X$ , ein Banachraum ist.

(b) Sei nun  $X$  ein Topologischer Raum. Ist auch der Raum

$$BC(X) := \{f \in C(X, \mathbb{K}) : \|f\|_\infty < \infty\},$$

der beschränkten stetigen Abbildungen auf  $X$ , ein Banachraum?

**Aufgabe G2** (Ein nicht vollständiger normierter Raum)

Zeigen Sie, dass der Vektorraum  $C([-1, 1])$  mit

$$\|\cdot\|: C([-1, 1]) \rightarrow [0, \infty[, \|f\| := \int_{-1}^1 |f| dx$$

einen normierten Raum, aber keinen Banachraum bildet.