

4. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G10 (Wiederholung aus der Funktionen Theorie)

Sei $E := \{f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} : f \text{ holomorph}\}$ der Raum der ganzen Funktionen auf \mathbb{C} . Zeigen Sie, dass

$$\|\cdot\|: E \rightarrow [0, \infty[, f \mapsto \sup_{x \in \overline{B}_1^{\mathbb{C}}(0)} |f(x)|$$

eine Norm auf E definiert und E mit dieser Norm separabel ist.

Aufgabe G11 (Gleichmäßige Stetigkeit)

Seien (X, d) ein metrischer Raum und $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit kompaktem Träger. Zeigen Sie, dass f gleichmäßig stetig ist.

Aufgabe G12 (Satz von Weierstraß)

Seien $t_1 < \dots < t_n \in [a, b]$, $f \in C[a, b]$ und $\varepsilon > 0$. Finden Sie ein Polynom p über $[a, b]$, sodass $\|f - p\| < \varepsilon$ und $f(t_i) = p(t_i)$ für alle $i = 1, \dots, n$.