

7. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G19 (Adjungierte Abbildung)

Seien E und F Banachräume und $A: E \rightarrow F$ eine stetig lineare Abbildung. Zudem sei A' ein topologischer Isomorphismus von normierten Räumen. Zeigen Sie, dass auch A ein topologischer Isomorphismus von normierten Räumen ist.

Aufgabe G20 (Punktweise Grenzwerte)

Seien E ein Banachraum und F ein normierter Raum. Zudem Sei $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge $\mathcal{L}(E, F)$, die gegen eine Funktion $A: E \rightarrow F$ konvergiert.

- (a) Zeigen Sie, dass aus diesen Voraussetzungen $A \in \mathcal{L}(E, F)$ folgt. Das heißt punktweise Grenzwerte von stetig **linearen** Funktionen auf **Banachräumen** sind stetig.
- (b) Gilt im Allgemeinen auch $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = A$ im Raum $(\mathcal{L}(E, F), \|\cdot\|_{op})$?
- (c) Wie sieht die Situation aus wenn E und F endlich-dimensional sind?

Aufgabe G21 (Orthogonale Komplemente)

Sei F ein Unterraum eines Hilbertraums H . Zeigen Sie $\overline{F} = (F^\perp)^\perp$.