Prof. Dr. Helge Glöckner Wintersemester 2015/16
16.12.2015

8. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G22 (Verallgemeinerte Geometrische Reihe)

Seien $q_1, \ldots, q_n \in [0,1[$ und $q := (q_1, \ldots, q_n)$. Zeigen Sie, dass $(q^\alpha)_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n}$ summierbar ist und

$$\sum_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n} q^\alpha = \frac{1}{1-q_1} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{1-q_n}.$$

Wie üblich verwenden wir die Multiindexschreibweise $q^a = q_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot q_n^{\alpha_n}$.

Aufgabe G23 (Beschränktheit von Netzen?)

(a) Sei $(x_i)_{i \in I}$ eine summierbare Familie von Elementen eines Banachraums E. Mit $\mathcal{F}$ sei die Menge der endlichen Teilmengen von I bezeichnet. Zeigen Sie, dass die Menge der endlichen Teilsummen

$$\left\{ \sum_{i \in F} x_i : F \in \mathcal{F} \right\}$$

in E beschränkt ist.

(b) Gilt im Allgemeinen, dass die Menge der Glieder eines konvergenten Netzes in einem Banachraum beschränkt ist?

Aufgabe G24 (Potenzreihen in mehreren Variablen)

Seien $x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $x := (x_1, \ldots, x_n)$, $(a_\alpha)_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n}$ eine Familie in $\mathbb{C}$ und $(a_\alpha x^\alpha)_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n}$ eine summierbare Familie in $\mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass $(a_\alpha y^\alpha)_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n}$ für alle y im *Polyzylinder*

$$P := B^{\mathbb{C}}_{|x_1|}(0) \times \ldots \times B^{\mathbb{C}}_{|x_n|}(0)$$

absolut summierbar ist. Insbesondere existiert also der Grenzwert $\sum_{\alpha \in \mathbb{N}_0^n} a_\alpha y^\alpha$ in $\mathbb{C}$ für alle $y \in P$.