

9. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G25 (Verschiedene Indexmengen)

Sei $\varphi: J \rightarrow I$ eine Bijektion zwischen zwei Mengen. Zeigen Sie, dass eine Familie $(x_i)_{i \in I}$ in einem Banachraum E genau dann summierbar ist wenn die Familie $(x_{\varphi(j)})_{j \in J}$ summierbar ist. Zeigen Sie, dass in dieser Situation auch $\sum_{i \in I} x_i = \sum_{j \in J} x_{\varphi(j)}$ gilt.

Aufgabe G26 (Summierbare Zahlenfolgen)

Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in \mathbb{R} . Zeigen Sie, dass $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ genau dann summierbar ist, wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ absolut konvergent ist; in diesem Fall ist $\sum_{n \in \mathbb{N}} x_n = \sum_{n=1}^{\infty} x_n$.

Aufgabe G27 (Summierbare Folgen von Vektoren)

Finden Sie einen Banachraum E und eine Folge in E , die summierbar ist, aber nicht absolut summierbar.