

11. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G31 (Topologische Gruppen und Vektorräume)

- (a) Zeigen Sie, dass jeder Untervektorraum eines topologischen Vektorraums mit der induzierten Topologie wieder ein topologischer Vektorraum ist.
- (b) Zeigen Sie, dass Produkte von Familien von topologischen Vektorräumen, ausgestattet mit der Produkttopologie, wieder topologische Vektorräume sind.
- (c) Zeigen Sie, dass $GL_n(\mathbb{R})$, ausgestattet mit der induzierten Topologie von $\mathbb{R}^{n \times n}$, eine topologische Gruppe ist.

Aufgabe G32 (Abzählbare kompakte Räume)

- (a) Sei K ein abzählbarer kompakter topologischer Raum. Zeigen Sie, dass die Topologie von K eine abzählbare Basis besitzt.
- (b) Sei K ein abzählbar unendlicher kompakter topologischer Raum. Zeigen Sie, dass eine konvergente Folge in K gibt, die nicht stationär wird.

Aufgabe G33 (Transitivität der finalen Topologie)

Der topologische Raum X trage die finale Topologie bezüglich der Abbildungen $f_j: X_j \rightarrow X$ für $j \in J$. Gegeben $j \in J$ trage der Raum X_j die finale Topologie bezüglich der Abbildungen $f_{j,i}: X_{j,i} \rightarrow X_j$ für $i \in I_j$. Zeigen Sie, dass X die finale Topologie bezüglich der Abbildungen $f_j \circ f_{j,i}: X_{j,i} \rightarrow X$ mit $j \in J$ und $i \in I_j$ trägt.