Prof. Dr. Helge Glöckner

Wintersemester 2015/16
03.02.2016

13. Übungsblatt zur „Höheren Analysis“

Gruppenübungen

Aufgabe G37 (Topologische Gruppen)

Sei $(A, +)$ eine abelsche topologische Gruppe.

(a) Sei $K \subseteq S$ eine kompakte Teilmenge, $U \subseteq A$ offen mit $K \subseteq U$. Zeigen Sie, dass es eine offene 0-Umgebung $V \subseteq A$ gibt, sodass $K + V \subseteq U$.

(b) Sei $U \subseteq A$ eine 0-Umgebung und $W \subseteq A$ eine 0-Umgebung mit $W + W \subseteq U$. Zeigen Sie $\overline{W} \subseteq U$.

Aufgabe G38 (Die Topologie der kompakten Konvergenz)

Sei X ein Hausdorffscher topologischer Raum, A eine abelsche topologische Gruppe.

(a) Für $f \in C(X, A)$, $K \subseteq X$ kompakt und $U \subseteq A$ offene 0-Umgebung definieren wir die Menge

$$\mathcal{U}_{f,K,U} := \{g \in C(X, A) : (g - f)(K) \subseteq U\}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\{\mathcal{U}_{f,K,U} : f \in C(X, A), K \subseteq A \text{ kompakt}, U \subseteq A \text{ offene 0-Umgebung}\}$$

eine Basis für eine Topologie $\mathcal{O}_c$ auf $C(X, A)$ bildet.

(b) Zeigen Sie, dass $C(X, A)$ ausgestattet mit dieser Topologie eine topologische Gruppe ist.

Aufgabe G39 (Auswertungsabbildung)

Sei X ein Hausdorffscher topologischer Raum, A eine abelsche topologische Gruppe. Zeigen Sie, dass die Auswertungsabbildung

$$\varepsilon\colon C(X, A) \times X \to A,\ (f, x) \mapsto f(x)$$

stetig ist, wenn X lokalkompakt ist.