

Didaktik der Sekundarstufe II

4. Übungsblatt

Aufgabe 4.1 Entwickeln Sie eine 90-minütige Unterrichtseinheit, in der die folgenden beiden Sätze bewiesen und anhand von Beispielen geübt werden.

- (i) **Sehnensatz:** Schneiden sich zwei Sehnen $\overline{A_1A_2}$ und $\overline{B_1B_2}$ eines Kreises k in einem Punkt P , so gilt

$$\overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2} = \overline{PB_1} \cdot \overline{PB_2}.$$

Gilt umgekehrt $\overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2} = \overline{PB_1} \cdot \overline{PB_2}$ für zwei sich in P schneidende Strecken $\overline{A_1A_2}$ und $\overline{B_1B_2}$, so liegen A_1, A_2, B_1 und B_2 auf einem Kreis.

- (ii) **Sekanten-Tangenten-Satz:** Von einem Punkt P außerhalb eines Kreises k zeichnen wir eine Tangente an k und eine Sekante durch k . Die Tangente berühre k im Punkt B , und die Sekante schneide k in A_1 und A_2 . Dann gilt

$$\overline{PB}^2 = \overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2}.$$

Gehen umgekehrt von einem Punkt P zwei Strahlen s und t aus (die nicht in einer Geraden liegen) und gilt $\overline{PB}^2 = \overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2}$, wobei A_1 und A_2 auf s liegen und B auf t liegt, so ist t eine Tangente an den Kreis durch die Punkte A_1, A_2 und B .

- (iii) **Sekantensatz:** Betrachte zwei Sekanten durch den Kreis k , welche sich außerhalb des Kreises im Punkt P schneiden. Wenn die eine den Kreis k in A_1 und in A_2 , die andere in B_1 und in B_2 schneidet, so gilt

$$\overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2} = \overline{PB_1} \cdot \overline{PB_2}.$$

Liegen umgekehrt die Punkte A_1 und A_2 auf einem Strahl s_1 und die Punkte B_1 und B_2 auf einem Strahl s_2 , wobei die beiden Strahlen nicht in einer Geraden liegen und sich in P schneiden, so folgt aus $\overline{PA_1} \cdot \overline{PA_2} = \overline{PB_1} \cdot \overline{PB_2}$, dass die vier Punkte A_1, A_2, B_1 und B_2 auf einem Kreis liegen.