

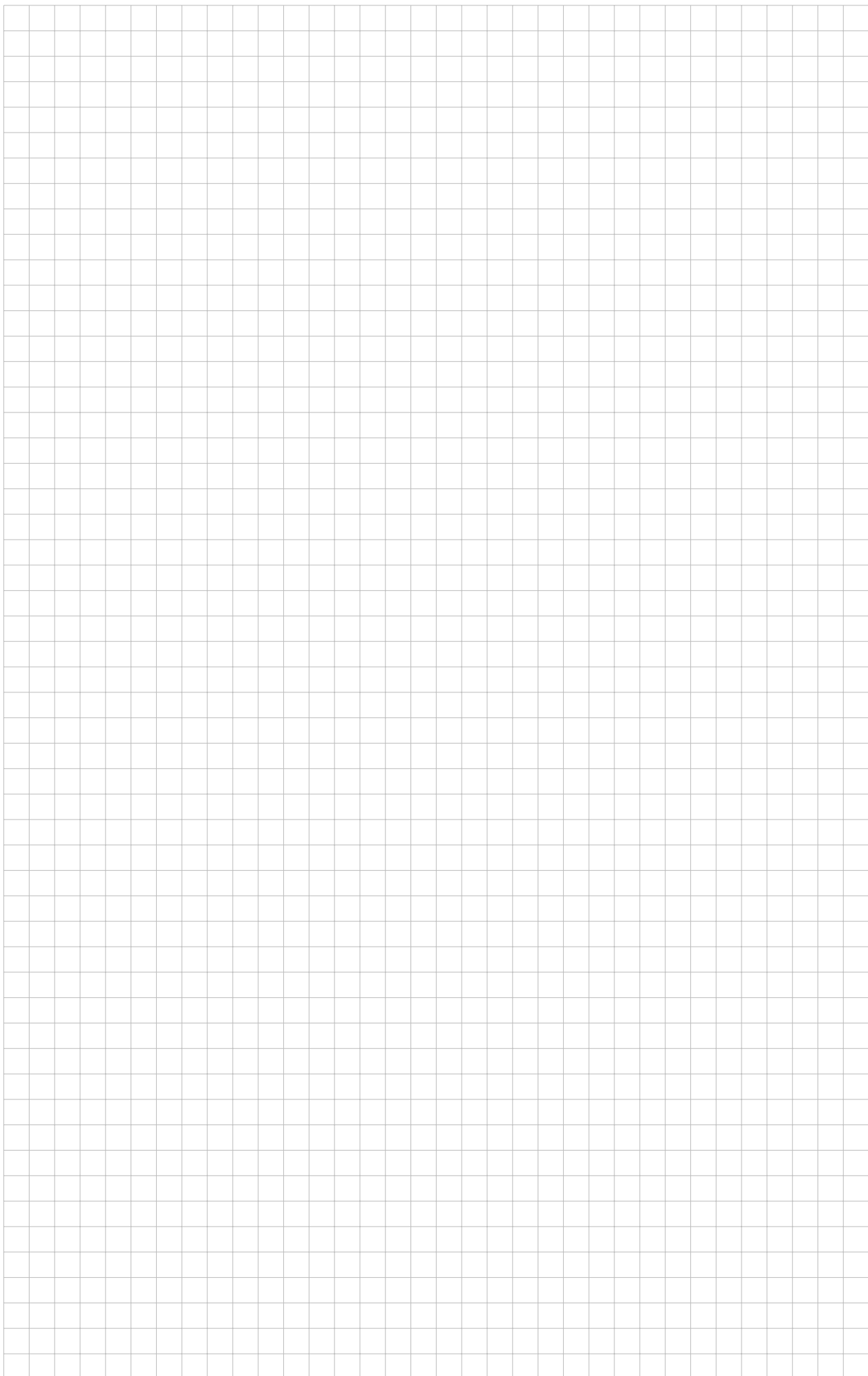
Analysis 1

Name:
Matrikelnummer:
Benötigen Sie die Studienleistung? (Nur für Lehramt.)
Ja: <input type="checkbox"/> Nein: <input type="checkbox"/>

Wichtige Informationen:

- Alle Hilfsmittel in Papierform sind erlaubt; *elektronische Hilfsmittel sind verboten.*
- Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Die Klausur besteht aus vier Aufgaben (je 8 Punkte). Man hat bestanden, wenn man mindestens 14 Punkte hat.
- Bitte arbeiten Sie nur mit dokumentenechten Schreibgeräten. Schreiben Sie nicht mit roter Farbe.
- Schreiben Sie leserlich. Der Lösungsweg muss vollständig und nachvollziehbar dokumentiert sein.

1	2	3	4	Summe

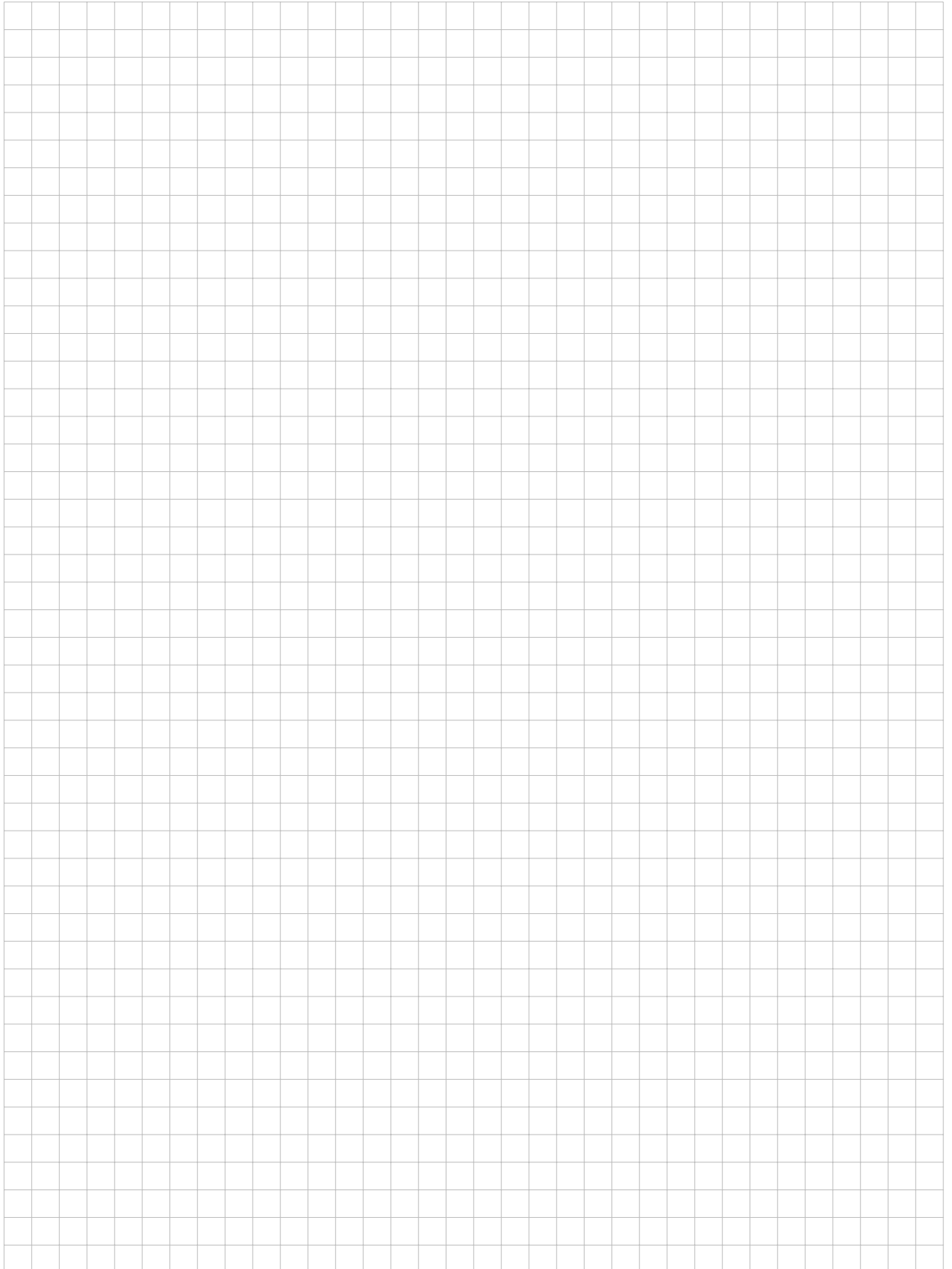


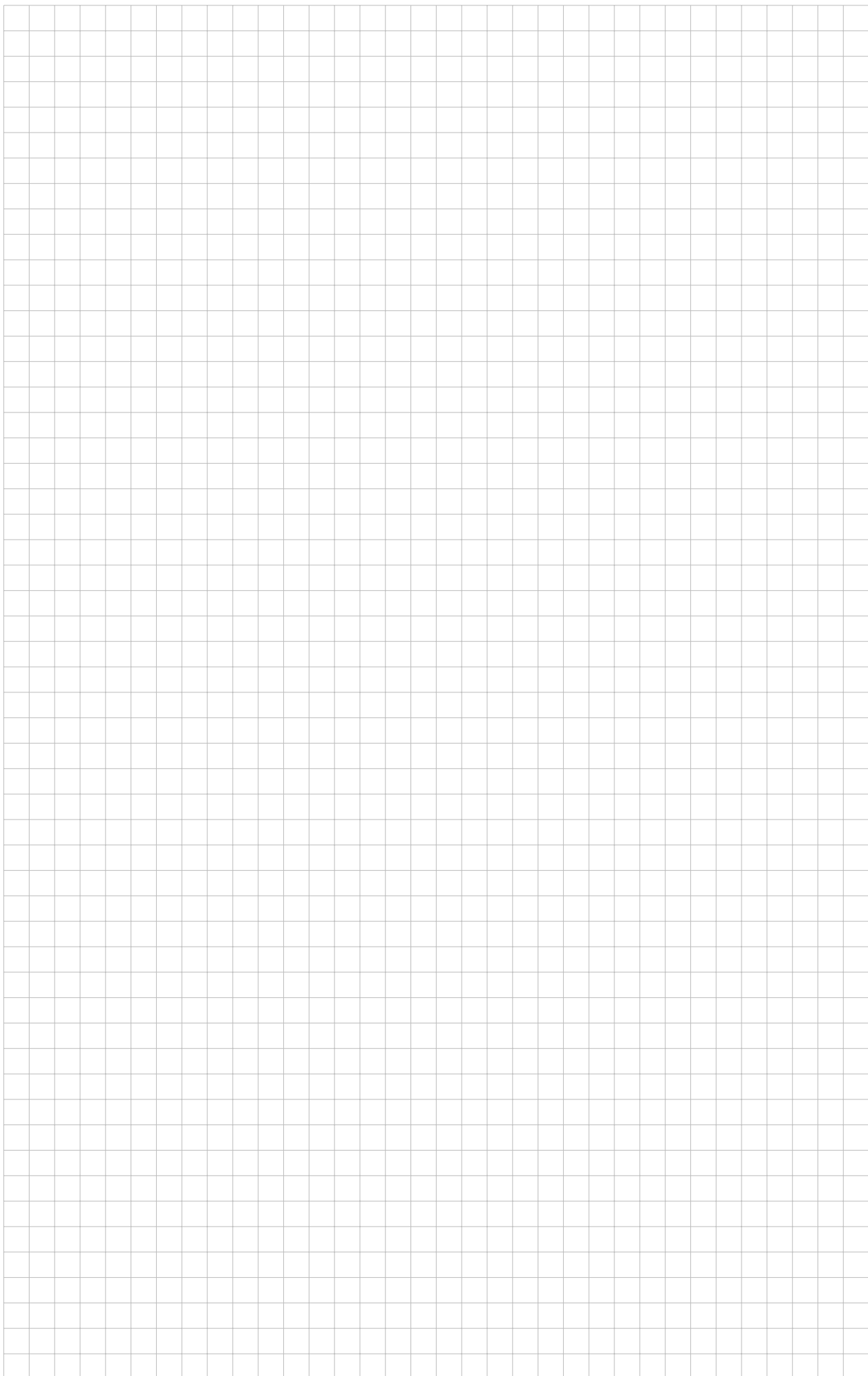
Aufgabe 1: (8 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Abbildung. Beweisen Sie folgende Aussagen.

(a) f bildet beschränkte Mengen auf beschränkte Mengen ab. (4 P.)

(b) Gilt $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, so ist f surjektiv. (4 P.)



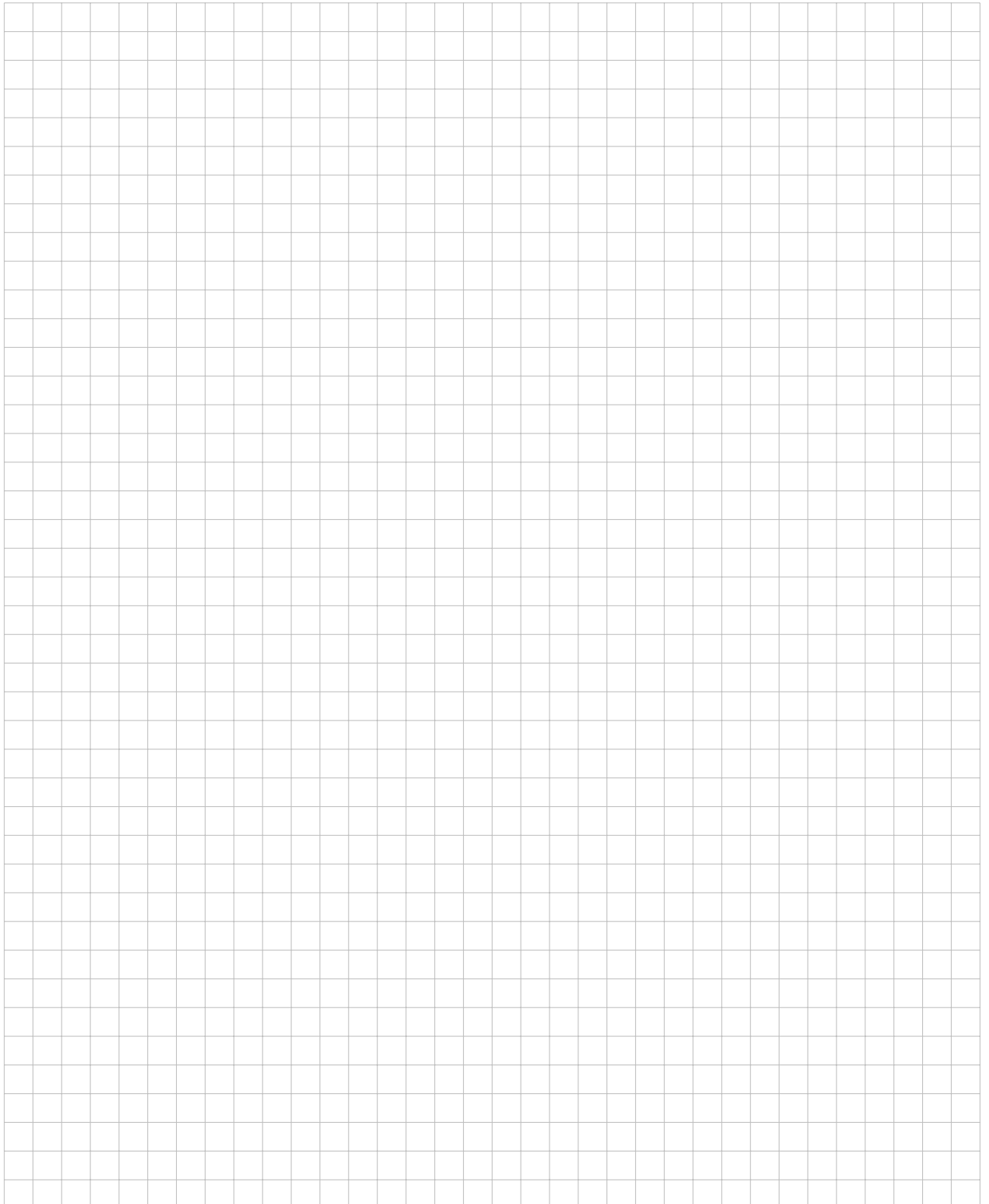


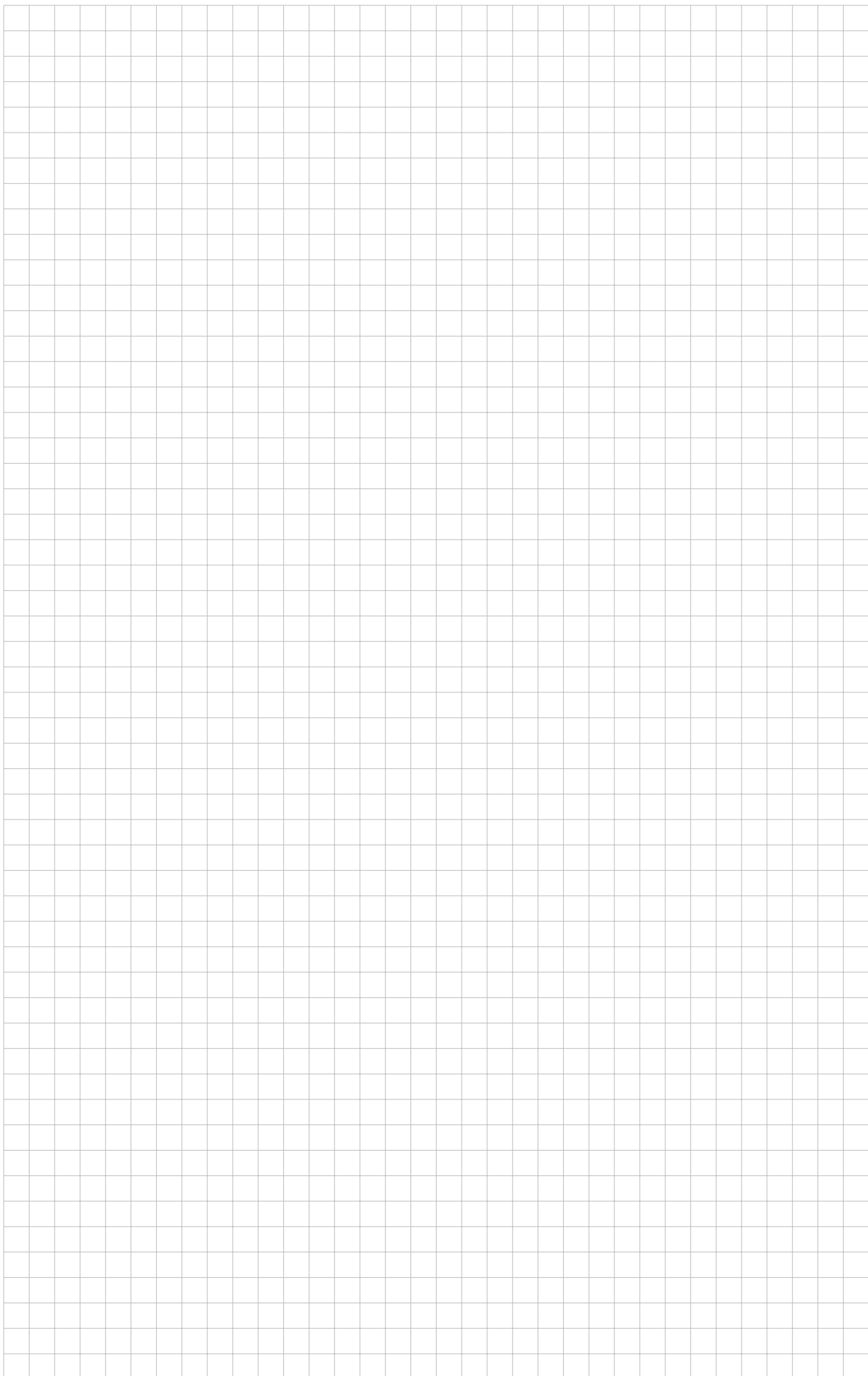
Aufgabe 2: (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n,$ (4 P.)

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{2n^2} z^n.$ (4 P.)



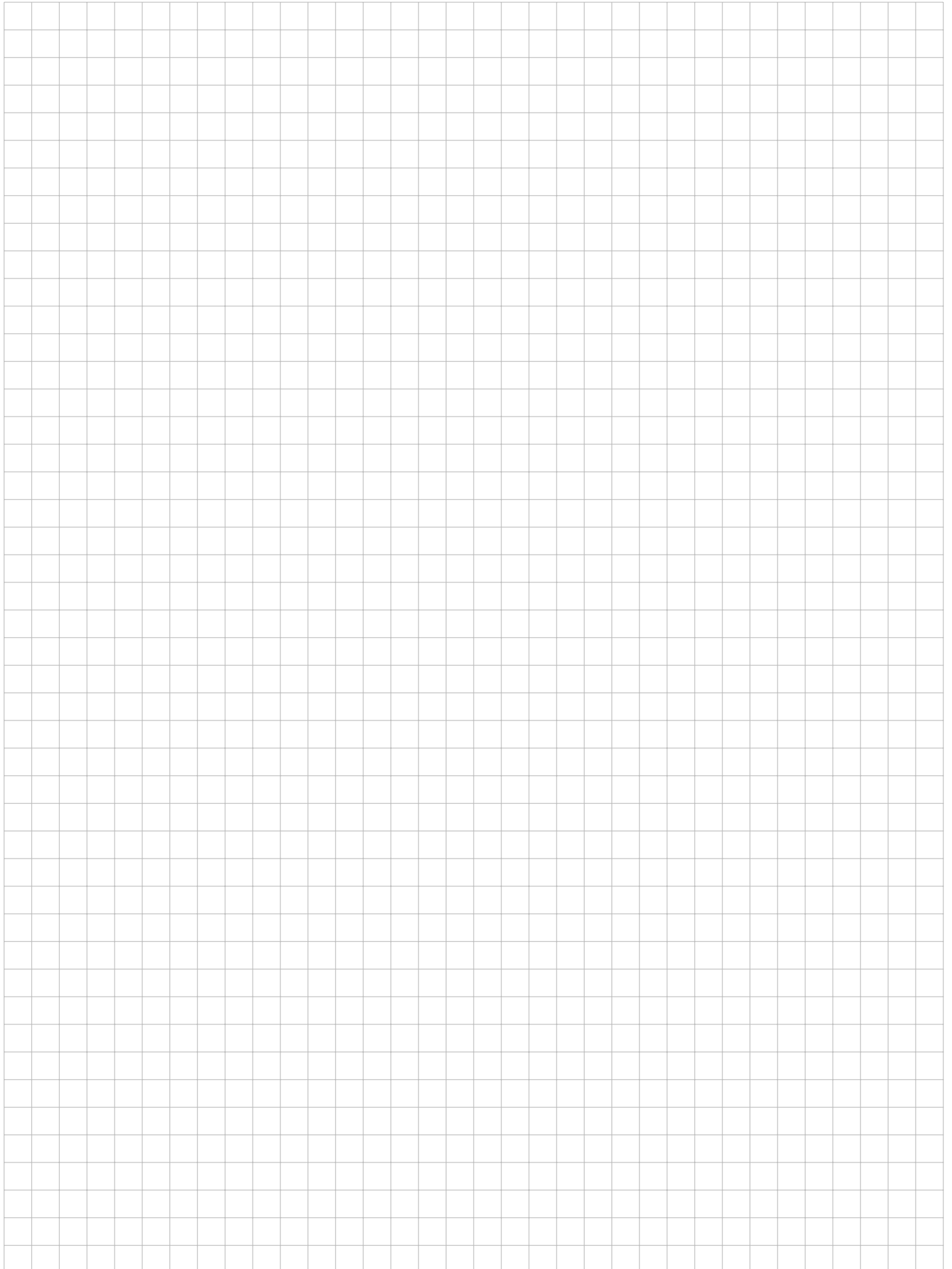


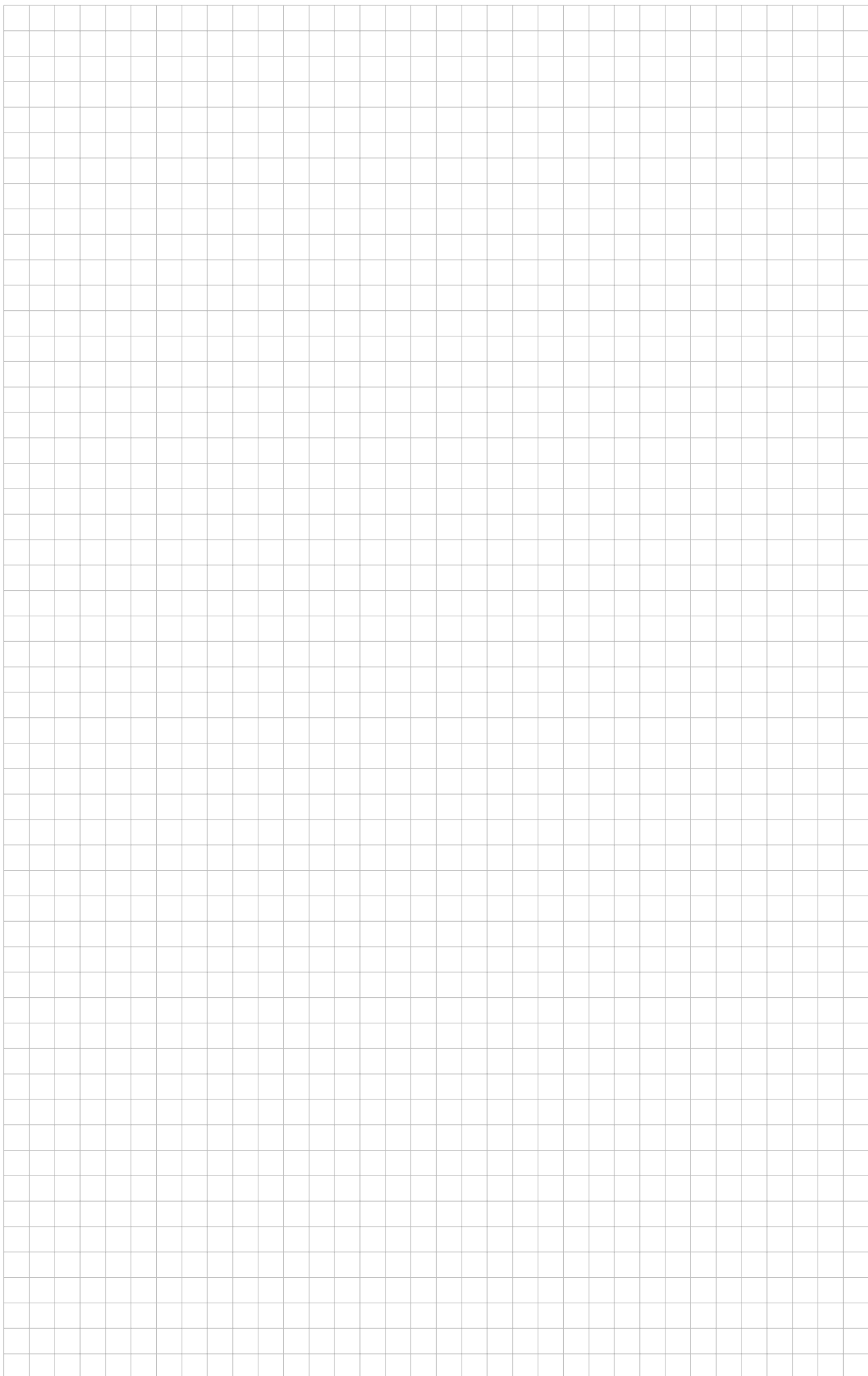
Aufgabe 3: (8 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Limiten.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x}$, (4 P.)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(x) - 1)^2}{x^2}$. (4 P.)





Aufgabe 4: (8 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Jede Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist an mindestens einer Stelle $x_0 \in \mathbb{R}$ stetig. (3 P.)

(b) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Ist $f^2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)^2$ stetig, so auch f . (3 P.)

(c) Ist $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, so auch $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{f(x)^2 + 1}$. (2 P.)

