

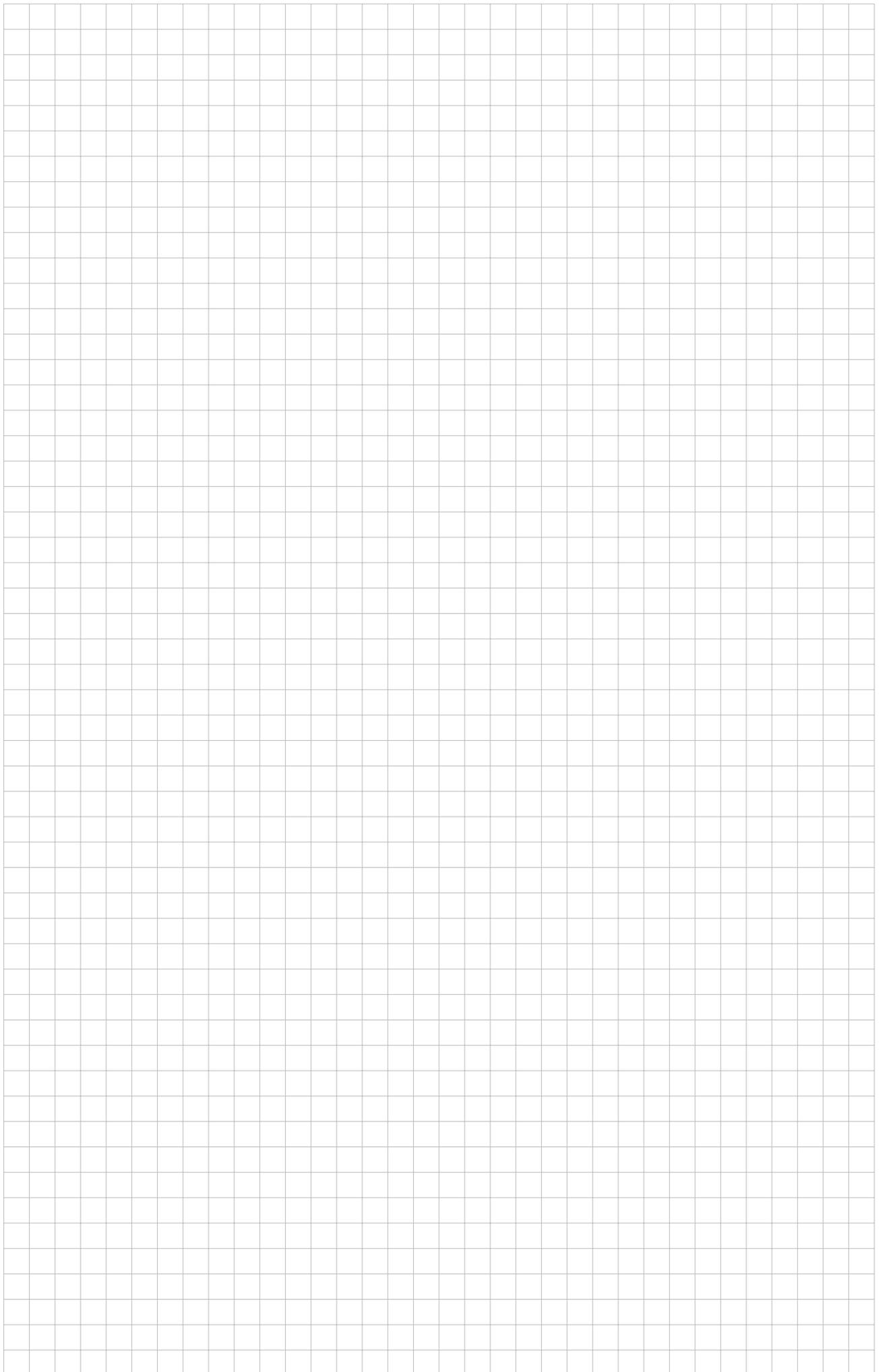
Analysis 1

Name:
Matrikelnummer:

Wichtige Informationen:

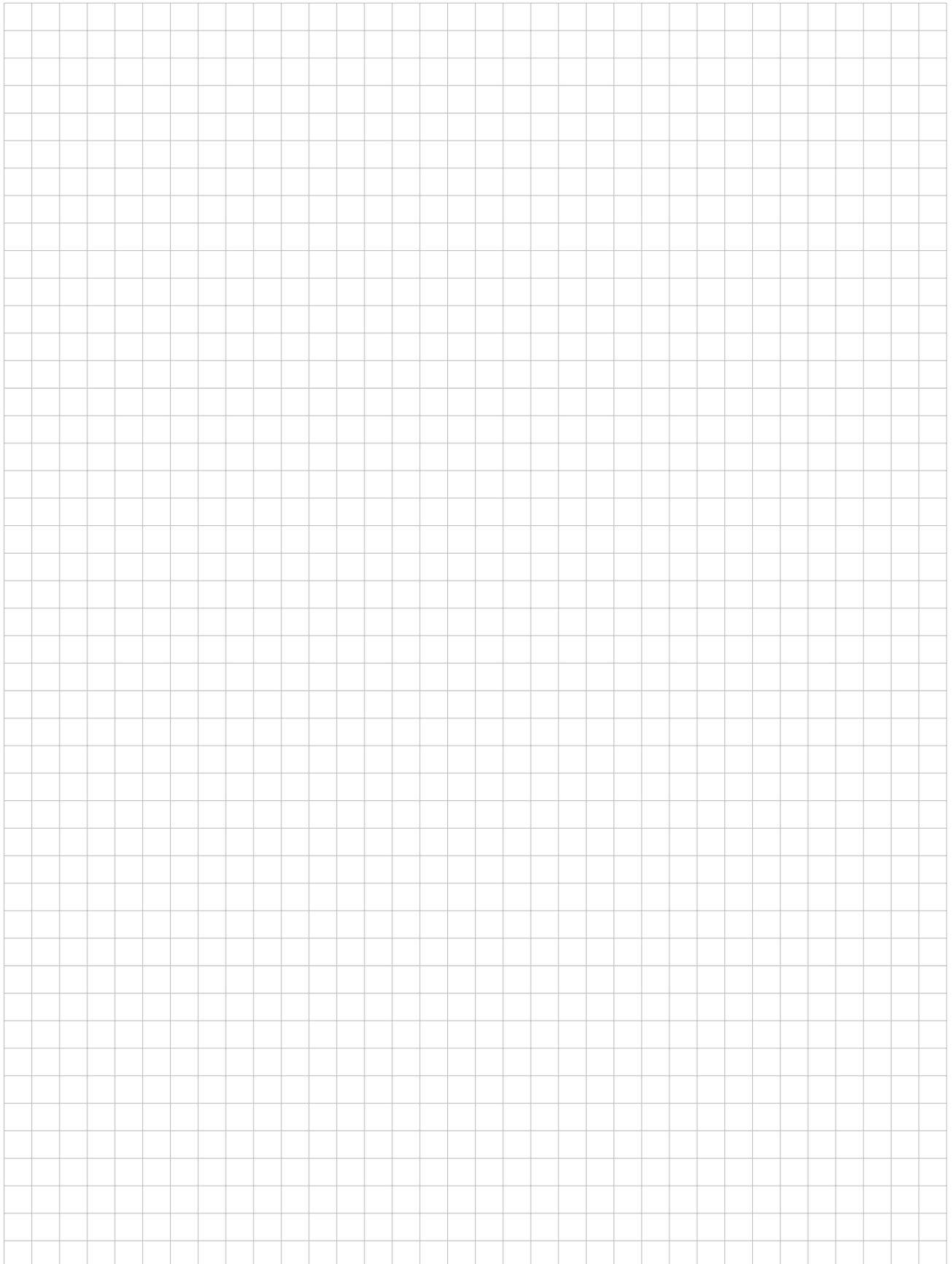
- Keine Hilfsmittel sind erlaubt.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Die Klausur besteht aus vier Aufgaben mit insgesamt 36 Punkte. Man hat bestanden, wenn man mindestens 12 Punkte hat.
- Bitte arbeiten Sie nur mit dokumentenechten Schreibgeräten. Schreiben Sie nicht mit roter Farbe.
- Schreiben Sie leserlich. Der Lösungsweg muss vollständig und nachvollziehbar dokumentiert sein.

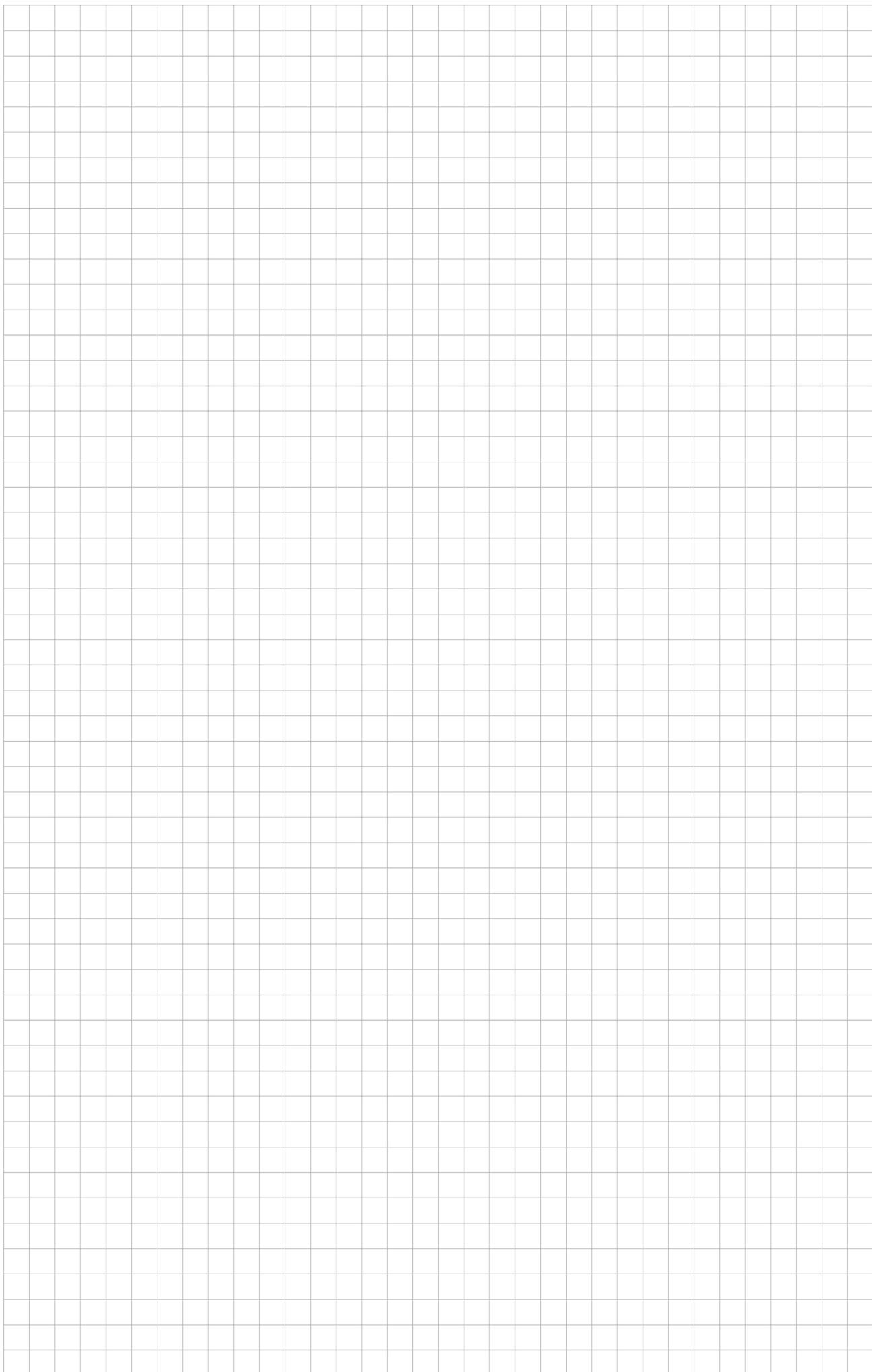
1	2	3	4	Summe



Aufgabe 1: (6 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von $\frac{2 + 5i}{3 + 2i}$. (4 P.)
- (b) Skizzieren Sie die Menge $D = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1 + i| > 1\}$ in \mathbb{C} . (2 P.)





Aufgabe 2: (10 Punkte)

Sei $x_0 \in \mathbb{R}$. Wir definieren rekursiv $x_n := 2x_{n-1}(1 - x_{n-1})$ für $n \in \mathbb{N}$.

(a) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$

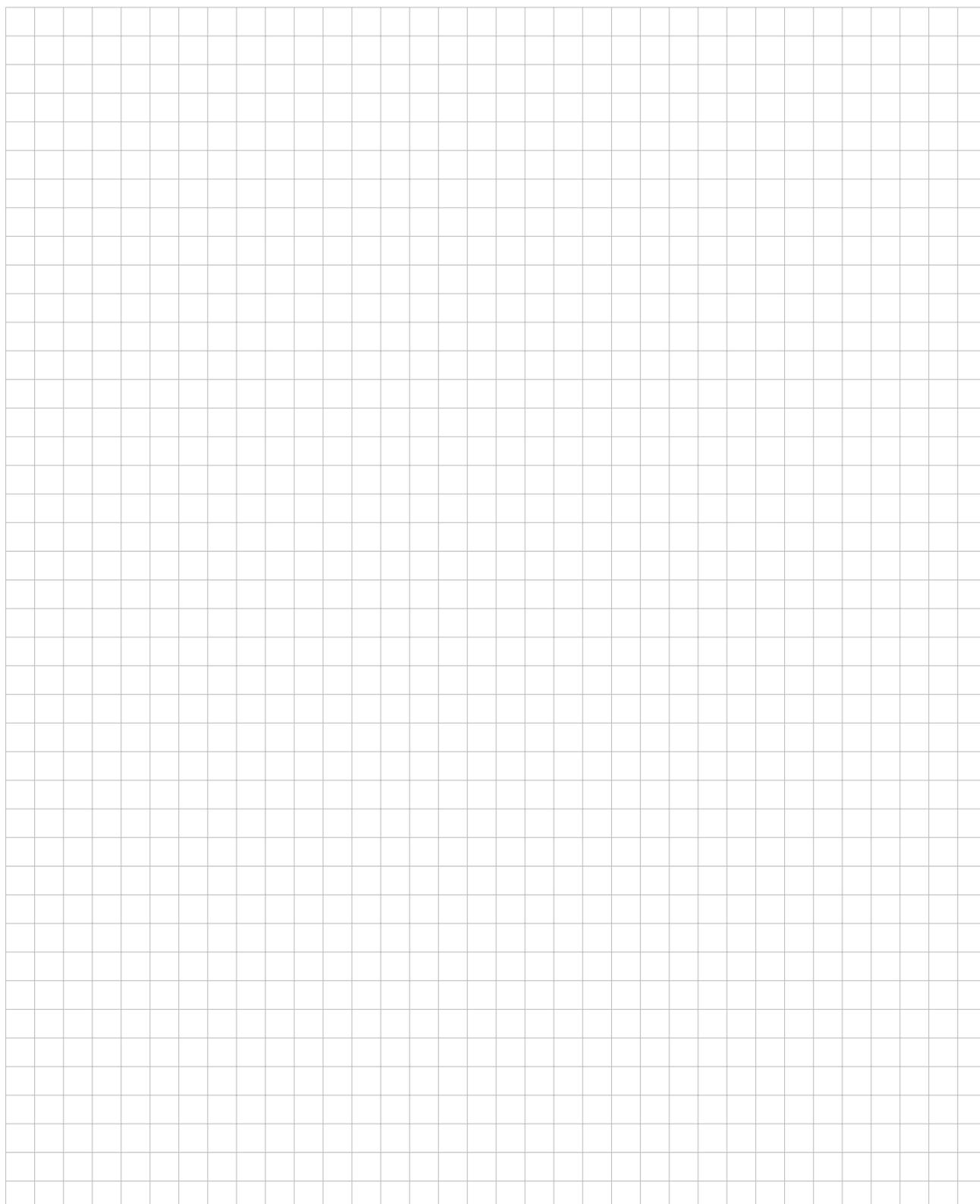
$$x_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1 - 2x_0)^{(2^n)}$$

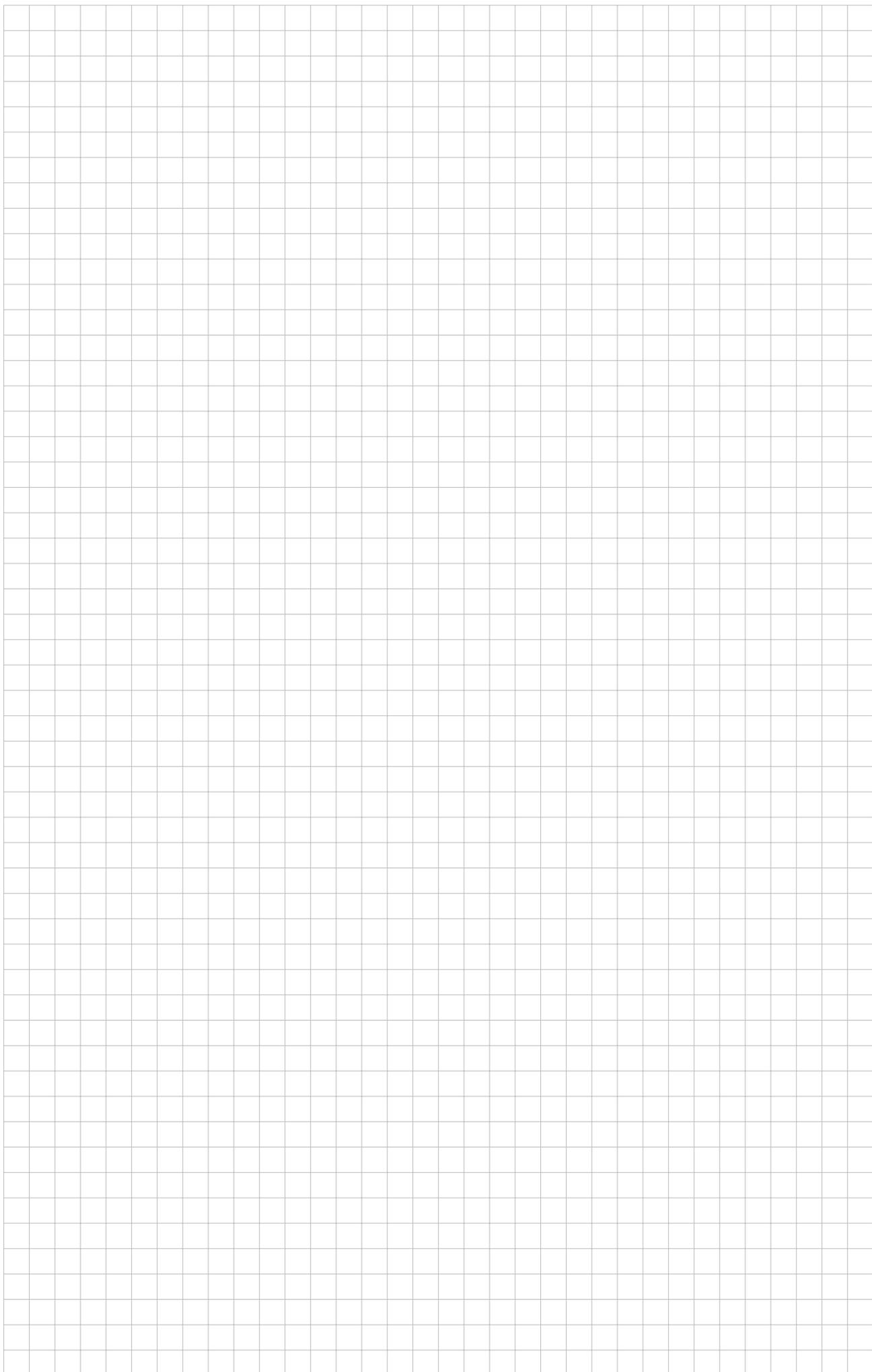
gilt.

(6 P.)

(b) Für welche $x_0 \in \mathbb{R}$ ist die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

(4 P.)

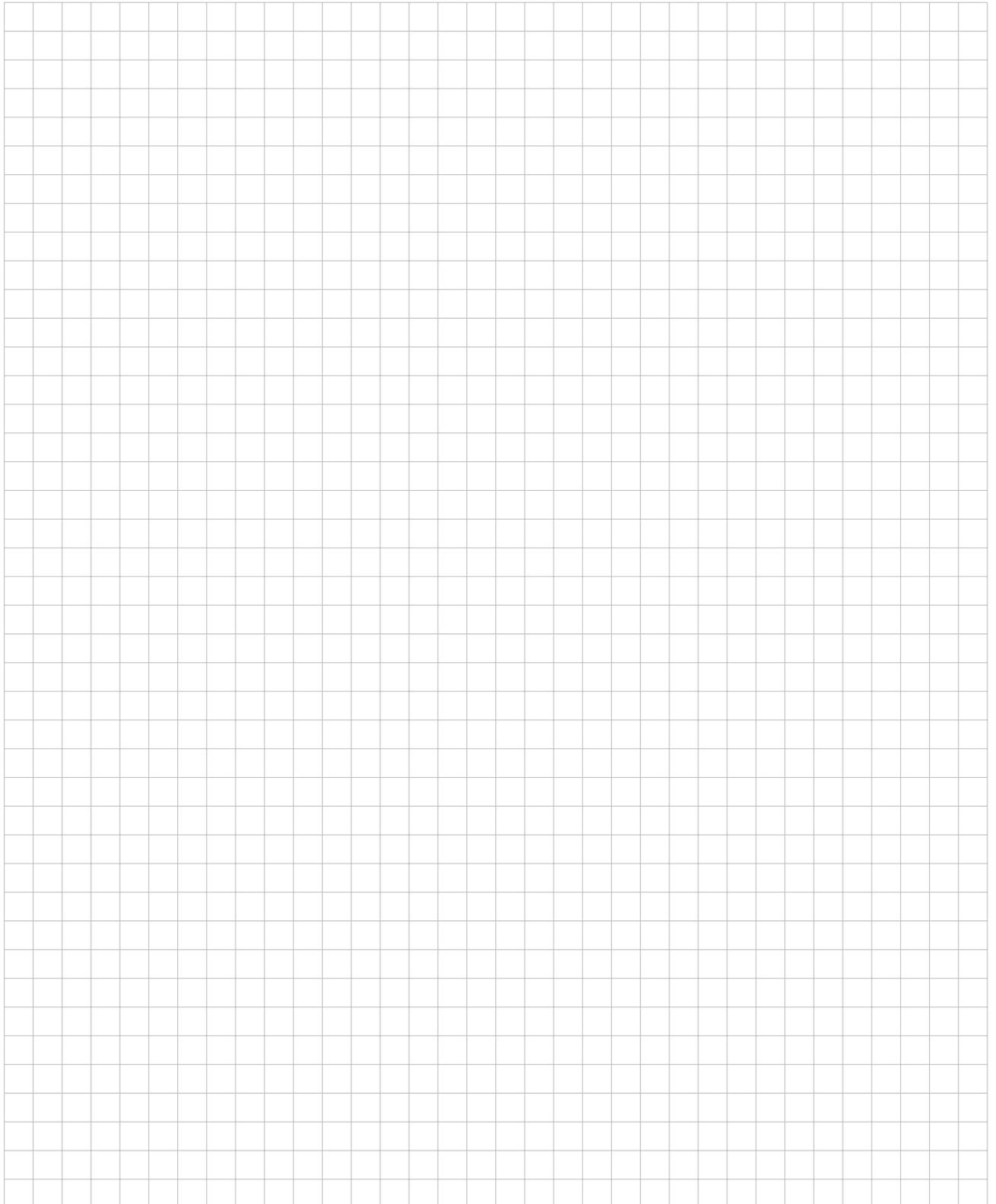


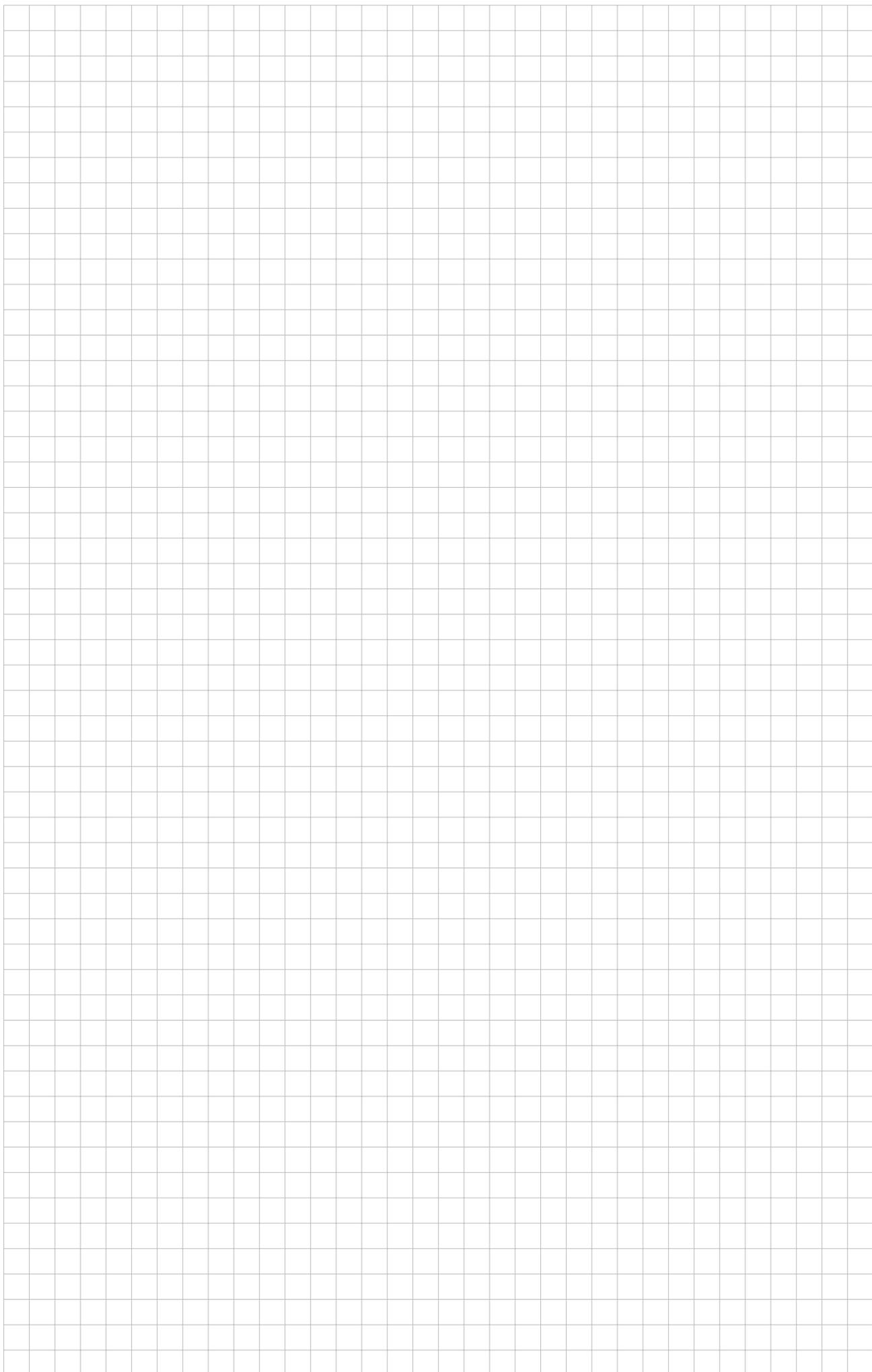


Aufgabe 3: (10 Punkte)

Für $n \in \mathbb{N}$, sei $a_n := \frac{(-1)^n}{n}$ falls n ein Vielfaches von 3 ist und sonst $a_n := \sqrt[n]{3} - 1 - (-1)^n$.

- (a) Untersuchen Sie, ob das Supremum von $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ existiert und bestimmen Sie es gegebenenfalls. (3 P.)
- (b) Untersuchen Sie, ob das Infimum von $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ existiert und bestimmen Sie es gegebenenfalls. (3 P.)
- (c) Bestimmen Sie die Menge der Häufungspunkte von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (4 P.)





Aufgabe 4: (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Ist $(a_n^3)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent, so auch $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (4 P.)

(b) Sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eine Reihe reeller Zahlen. Ist $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent, so auch $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$. (3 P.)

(c) Seien X, Y und Z Mengen und seien $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Abbildungen. Wenn $g \circ f$ injektiv ist, so ist g injektiv. (3 P.)

