

# Analysis 2

## 1. Anleitung zum Selbststudium

(KW17)

Bis zur Wiederaufnahme des Präsenzunterrichts erhalten Sie wöchentlich ein Arbeitsblatt. Mit den Abkürzungen [M], [S1], [S2], [Fo1], [Fo2] beziehe ich mich auf das Primärskript zur Vorlesung von Müller, auf die Skripten von Soergel sowie auf die Bücher von Forster.

### Taylorreihen

Das Thema findet sich in [M, Kap. 9]. Vergleichen Sie die Darstellung bitte mit mindestens einer weiteren Quelle, z.B. [S1, Kap. 5.2] oder [F1, §22]. Besonderes Augenmerk verdient die glatte Funktion [M, Beispiel auf p. 183]

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

deren Taylorreihe im Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  konvergiert, aber die Funktion  $f$  nicht darstellt.

Auf *youtube* finden sich zu dem Satz von Taylor viele Lehrvideos.

Von den Gesichteten fand ich zwei nützlich:

- [Motivation 1](#) erklärt die Idee der Taylor-Approximation mit schönen Computer-Graphiken. Im Zusatz fand ich auch den Anfang von [Motivation 2](#) interessant, weil dort konkret auf eine wichtige physikalische Anwendung Bezug genommen wird: das Pendel.
- [Beweis](#). Ein durchaus gewitztes Lernvideo von Scott Anin. Gutes Englisch.

### Metrische Räume und Topologie

Hier ist unsere Quelle [Fo2, §1, p. 3 - 21], was vollständig durchzuarbeiten ist. Der erste Teil des Kapitels (p. 3 - 10) ist Ihnen bereits aus dem ersten Teil unserer Vorlesung bekannt und sollte nicht mehr als eine zügige Wiederholung darstellen. Bevor Sie weiterlesen achten Sie bitte darauf, daß Sie [Fo2, p. 9, Satz 3] vollständig durchdrungen haben. Dieser Satz ist Grundlage für einen fundamentalen Begriff in der Mathematik [Fo2, p. 11, Definition]: *Der topologische Raum*. Nach einem ersten und zunächst überfliegenden Lesens des zweiten Teils, ist es ratsam sich in Teilen eines der beiden folgenden Lernvideos anzusehen:

- [Topological spaces - construction and purpose](#) Ein Video (in Englisch) von Frederic Schuller (FAU Erlangen). Achten Sie bitte sehr genau darauf, was der Dozent in den ersten zwei Minuten sagt. Sehen Sie sich den Anfang ggf. mehrfach an.
- [Video 2](#) von N. Wildberger entwickelt den Begriff des topologischen Raumes aus dem Umgebungsbegriff, siehe [Fo2, p. 16].

Nun arbeiten Sie bitte [Fo2, p. 11 - 21] akribisch durch. Wesentlich ist auch der Begriff des *Randes* bzw. des *Randpunkts* [Fo2, p. 13 -14, Definitionen]. Via Satz 5 mit Beweis können Sie dann Ihr Verständnis dieser Begriffe abprüfen. Schliesslich kommt mit einer Topologie  $\mathcal{T}_X$  auf einer Menge  $X$  und einer Topologie  $\mathcal{T}_Y$  auf einer Menge  $Y$  genau eine Topologie  $\mathcal{T}_{X \times Y}$  auf dem cartesischen Produkt  $X \times Y$ , die sogenannte *Produkttopologie*, siehe [Fo2, (1.31)]. Das sollten Sie auch verstehen.