

## Analysis 2

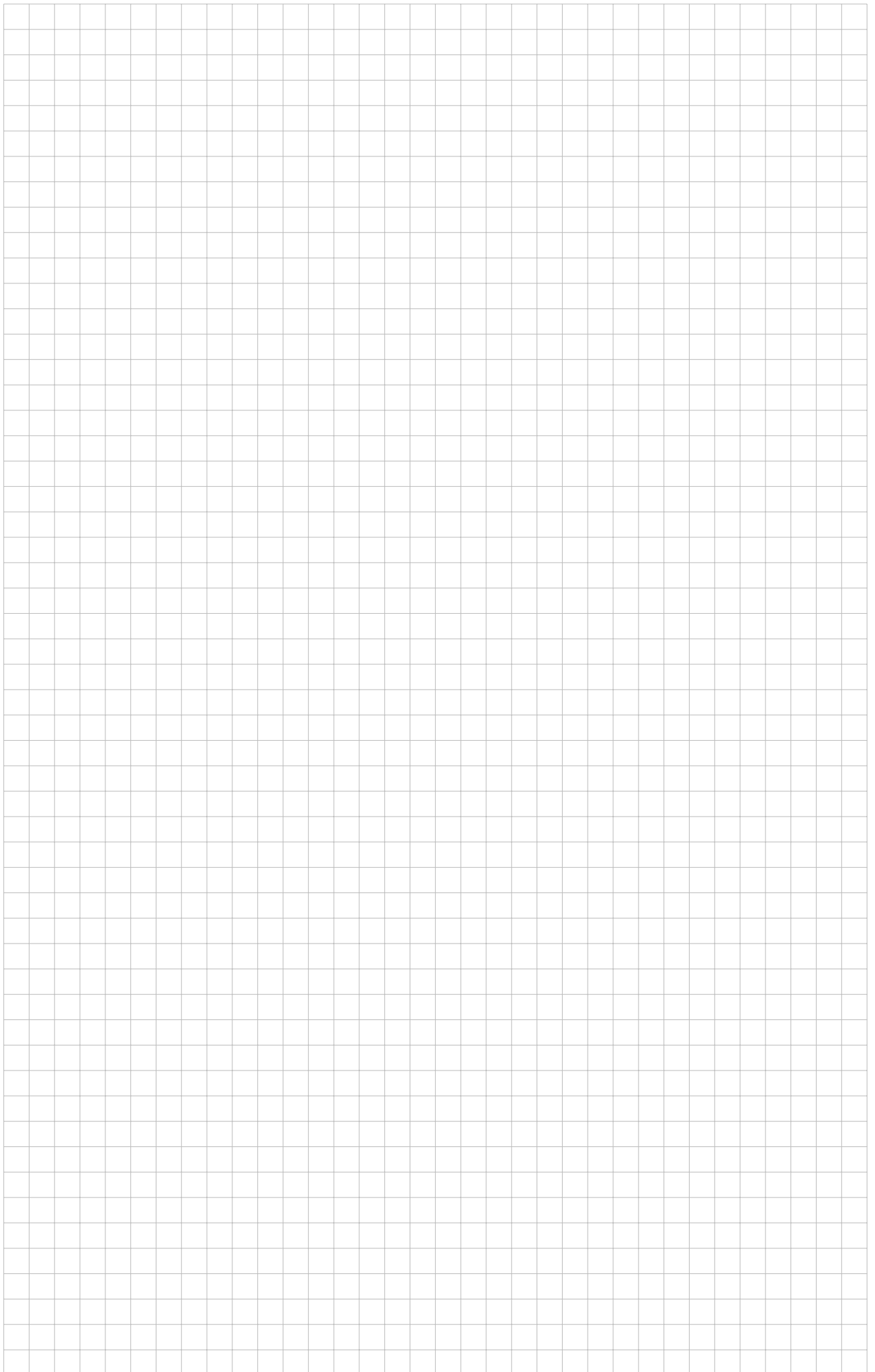
Name:
Matrikelnummer:
Benötigen Sie die Studienleistung? (Nur für Lehramt.)
Ja: <input type="checkbox"/> Nein: <input type="checkbox"/>

Wichtige Informationen:

- Alle Hilfsmittel in Papierform sind erlaubt; *elektronische Hilfsmittel sind verboten*.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Die Klausur besteht aus drei Aufgaben (je 10 Punkte). Man hat bestanden, wenn man mindestens 15 Punkte hat.
- Bitte arbeiten Sie nur mit dokumentenechten Schreibgeräten. Schreiben Sie nicht mit roter Farbe.
- Schreiben Sie leserlich. Der Lösungsweg muss vollständig und nachvollziehbar dokumentiert sein.

---

1	2	3	Summe



**Aufgabe 1:** (10 Punkte)

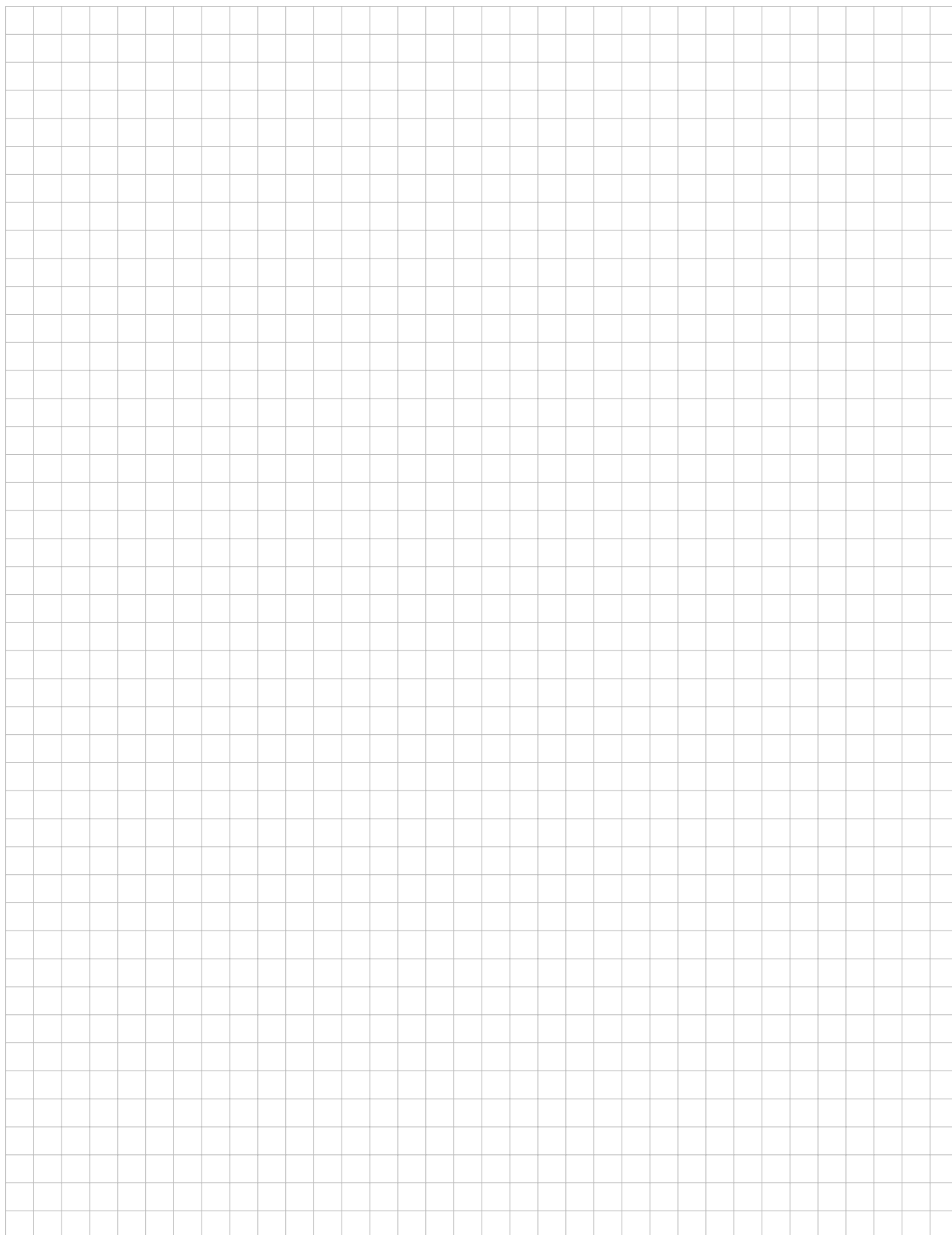
Betrachtet sei

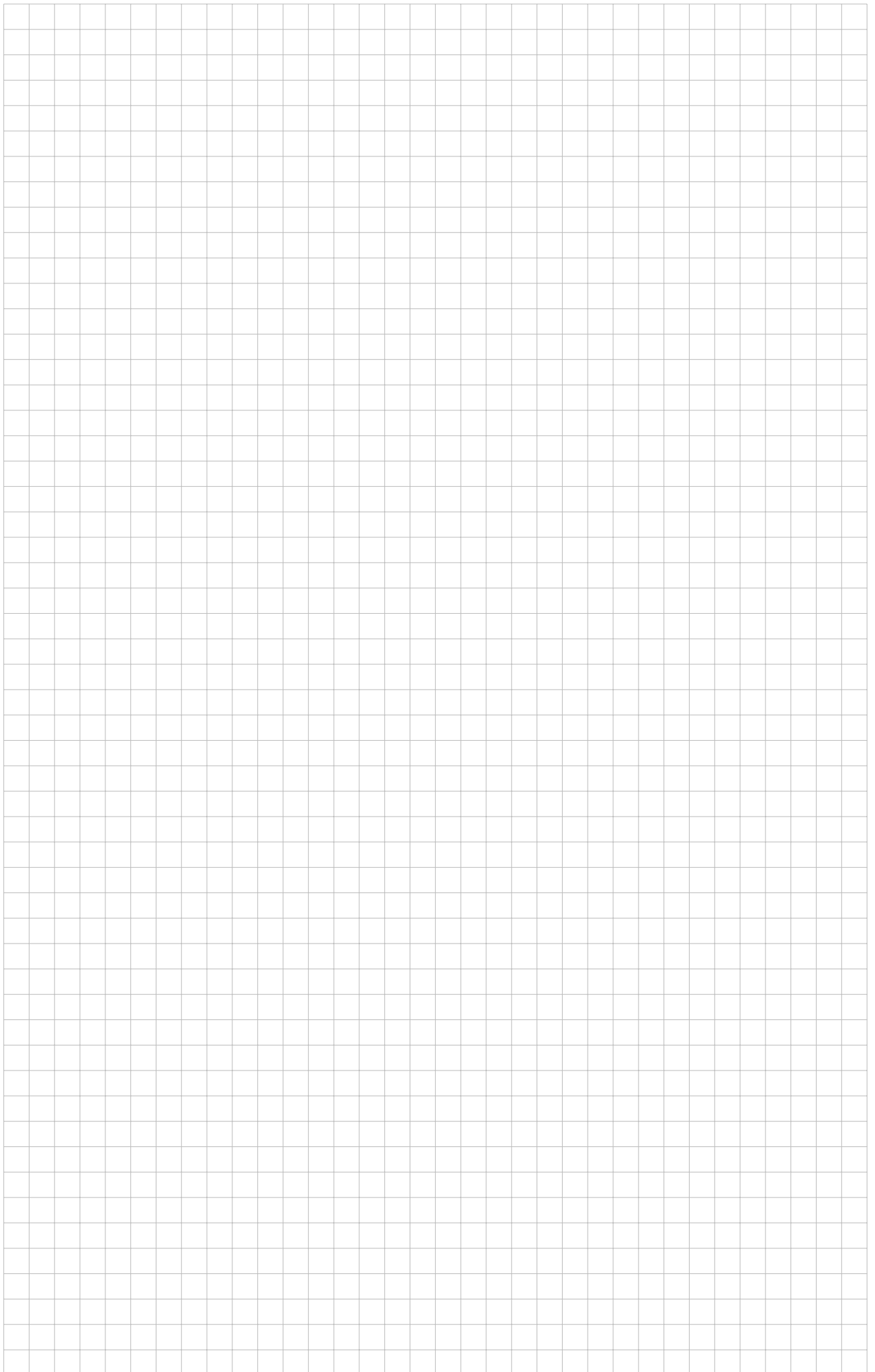
$$M = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 x_2 = 0\}$$

und  $M^\times := M \setminus \{0\}$ .

(a) Zeigen Sie, daß  $M^\times$  eine 1-dimensionale Untermannigfaltigkeit des  $\mathbb{R}^2$  ist. (6 P.)

(b) Ist  $M$  eine Untermannigfaltigkeit des  $\mathbb{R}^2$ ? (4 P.)

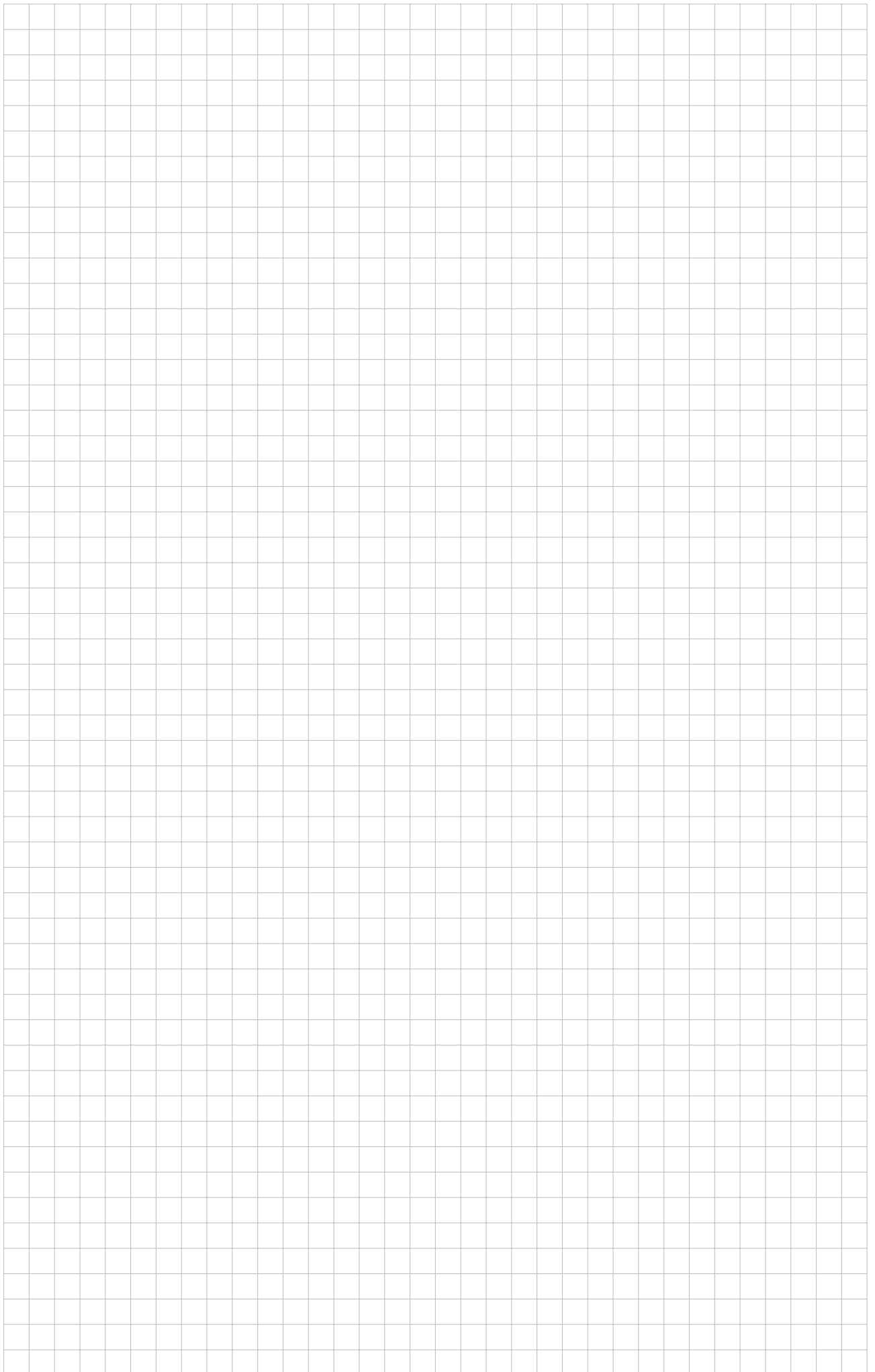




**Aufgabe 2:** (10 Punkte)

- (a) Warum sind Gerade  $\mathbb{R}$  und Kreis  $\mathbb{S}^1$  nicht zueinander homöomorph? (4 P.)
- (b) Geben Sie ein Beispiel einer nicht Hausdorffschen Topologie  $\mathcal{T}_X$  auf einer Menge  $X$  an mit  $|\mathcal{T}_X| \geq 3$ . (3 P.)
- (c) Richtig oder falsch. Begründen Sie Ihre Antwort. In einem vollständigen metrischen Raum  $(X, d)$  ist jede beschränkte und abgeschlossene Menge kompakt. (3 P.)





**Aufgabe 3:** (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^2 + y^2 - xy^2.$$

(a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion  $f$ . (7 P.)

(b) Existieren globale Extrema? Begründen Sie Ihre Antwort. (3 P.)



