Institut für Mathematik
der Universität Paderborn
DR. J. KUIT und DR. C. HEYER

SoSe 2026
Freitag, 03.07.2026
Blatt 12

Übungen zur Analysis für Informatik

Aufgabe 44.[10 Punkte] Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x|x|$$

differenzierbar ist. Zeigen Sie anschließend, dass f' stetig, aber nicht differenzierbar ist.

Aufgabe 45.[10 Punkte] Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen differenzierbar sind und berechnen Sie deren Ableitung:

(i) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(\sqrt{x^4 + 2x^2 + 4})$;

(ii) $g\colon \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \dfrac{\sinh(\ln(3x^2))}{\sin(x)}$.

Aufgabe 46.[10 Punkte] Untersuchen Sie die folgende Funktion auf lokale und globale Extrema:

$$f\colon [0,10] \to \mathbb{R}, \qquad x \mapsto \begin{cases} 0, & \text{falls } x = 0, \\ (x - 2k - 1)^k, & \text{falls } x \in (2k, 2k+2] \text{ und } 0 \le k \le 4. \end{cases}$$

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f.

Aufgabe 47.[10 Punkte] Der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$ ist bekanntlich gleich 1. Sei $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} x^k$. Begründen Sie, dass f unendlich oft differenzierbar ist und zeigen Sie, dass

$$f^{(j)}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \prod_{i=1}^{j} (k+i) x^k = \frac{j!}{(1-x)^{j+1}}$$

für alle $x \in (-1,1)$ gilt.

Abgabe: Sonntag, 12.07.2026, 23:59 Uhr