

## Übungen zur Analysis für Informatik

**Präsenzaufgabe 11.** Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort:

- (a) Die Summe zweier beschränkter Folgen in  $\mathbb{R}$  ist konvergent.
- (b) Ist die Summe zweier Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{R}$  konvergent, dann konvergieren auch  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  selbst.
- (c) Konvergiert die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{R}$ , dann ist die Folge  $((-1)^n a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  divergent.
- (d) Konvergiert die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegen  $a \in \mathbb{R}$ , so ist  $(a_n - a)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.

**Präsenzaufgabe 12.**[Newton-Verfahren] Seien  $n \in \mathbb{N}$ ,  $c \in \mathbb{R}_{>0}$  und  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^n - c$ . Wir schreiben  $f'$  für die Abbildung  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto nx^{n-1}$ . Wir definieren eine Folge  $(x_k)_{k \in \mathbb{N}_0}$  rekursiv durch  $x_0 := 1$  und

$$x_{k+1} := x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad \text{für alle } k \geq 0.$$

- (i) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f$  und der Funktion

$$t_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0);$$

- (ii) Zeigen Sie, dass  $x_1$  die einzige Nullstelle von  $t_0$  ist.
- (iii) Geben Sie eine Beschreibung von  $x_k$  an. Malen Sie Bilder!

**Präsenzaufgabe 13.** Untersuchen Sie die angegebenen Folgen auf Konvergenz und geben Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert an:

- (i)  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $a_n = (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} - 2$ ;
- (ii)  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $b_n = \frac{-n^2 + 3n - 2}{n^3 + 1}$ ;
- (iii)  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $c_n = \frac{2^n}{n!}$ ;
- (iv)  $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $d_n = \frac{\binom{n}{3}}{\binom{n}{2} + 1}$ .

**Abgabe: keine.**