

## Übungen zur Analysis für Informatik

### Präsenzaufgabe 23.

- (i) Berechnen Sie die Eulerdarstellungen der komplexen Zahlen  $1 + i$  und  $-2 + 2i$ .
- (ii) Berechnen Sie die Eulerdarstellung von  $(1 + i) \cdot (-2 + 2i)$ .
- (iii) Finden Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung  $z^6 = 1$ .
- (iv) Zeichnen Sie die Menge  $\{z \in \mathbb{C} \mid z^5 = 32\}$ .

### Präsenzaufgabe 24. Zeigen Sie die Identität

$$\sin(x)^3 = \frac{3 \sin(x)}{4} - \frac{\sin(3x)}{4}$$

für alle  $x \in \mathbb{R}$ . (*Hinweis:* Nach Definition gilt  $\sin(z) = \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$ .)

### Präsenzaufgabe 25. Wir definieren den Sinus hyperbolicus durch

$$\sinh : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto \frac{e^z - e^{-z}}{2}.$$

Es sei  $z = x + iy \in \mathbb{C}$  mit  $x, y \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} |\sin(z)|^2 &= \sin^2(x) + \sinh^2(y), \\ |\cos(z)|^2 &= \cos^2(x) + \sinh^2(y) \end{aligned}$$

**Abgabe: keine.**