

Analysis für Informatiker

4. Hausaufgabenblatt

Hausaufgabe 4.1 Berechnen Sie die **Normalform** $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ der folgenden komplexen Zahlen:

1. $(2 - i)(2 + i)$
2. $((5 - 2i) + (1 - \frac{1}{2}i)) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}i)$
3. $\frac{-4 + \sqrt{3}i}{7 + i}$
4. $\left(\frac{2i}{-2 + 5i}\right)^2$

Hausaufgabe 4.2 Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen der komplexen Zahlen:

1. $\{z \in \mathbb{C} : z = \alpha(1 - i) \text{ für ein } \alpha \in \mathbb{R} \text{ mit } \alpha \geq 1\}$
2. $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}i = \{n + mi : n, m \in \mathbb{Z}\}$
3. $\{z \in \mathbb{C} : -\text{Im}(z)^2 - 4\text{Im}(z) - 5 = \text{Re}(z)\}$
4. $\{z \in \mathbb{C} : |z|^2 \leq 4\}$
5. $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - 2n| \leq \frac{1}{|n|+1} \right\}$

Hausaufgabe 4.3 Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $ad - bc \neq 0$. Zeigen Sie:

1. $cz + d \neq 0$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $\text{Im}(z) > 0$.
2. Ist $z \in \mathbb{C}$ mit $\text{Im}(z) > 0$ so gilt

$$\text{Im}\left(\frac{az + b}{cz + d}\right) > 0 \iff ad - bc > 0.$$

Hausaufgabe 4.4 Sei X, Y nicht leere **endliche** Mengen mit $|X| = |Y|$ und $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie die Äquivalenzen

$$f \text{ bijektiv} \iff f \text{ injektiv} \iff f \text{ surjektiv.}$$

Abgabe der Hausaufgaben bis zum Sonntag den 19.11.2023, 23.59 Uhr in Panda.