

# Analysis für Informatiker

## 4. Hausaufgabenblatt

**Hausaufgabe 4.1** Berechnen Sie die **Normalform**  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  der folgenden komplexen Zahlen:

1.  $(2 - i)(2 + i)$
2.  $((5 - 2i) + (1 - \frac{1}{2}i)) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}i)$
3.  $\frac{-4 + \sqrt{3}i}{7 + i}$
4.  $\left(\frac{2i}{-2 + 5i}\right)^2$

**Hausaufgabe 4.2** Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen der komplexen Zahlen:

1.  $\{z \in \mathbb{C} : z = \alpha(1 - i) \text{ für ein } \alpha \in \mathbb{R} \text{ mit } \alpha \geq 1\}$
2.  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}i = \{n + mi : n, m \in \mathbb{Z}\}$
3.  $\{z \in \mathbb{C} : -\text{Im}(z)^2 - 4\text{Im}(z) - 5 = \text{Re}(z)\}$
4.  $\{z \in \mathbb{C} : |z|^2 \leq 4\}$
5.  $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - 2n| \leq \frac{1}{|n|+1} \right\}$

**Hausaufgabe 4.3** Seien  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $ad - bc \neq 0$ . Zeigen Sie:

1.  $cz + d \neq 0$  für alle  $z \in \mathbb{C}$  mit  $\text{Im}(z) > 0$ .
2. Ist  $z \in \mathbb{C}$  mit  $\text{Im}(z) > 0$  so gilt

$$\text{Im}\left(\frac{az + b}{cz + d}\right) > 0 \iff ad - bc > 0.$$

**Hausaufgabe 4.4** Sei  $X, Y$  nicht leere **endliche** Mengen mit  $|X| = |Y|$  und  $f : X \rightarrow Y$  eine Abbildung. Zeigen Sie die Äquivalenzen

$$f \text{ bijektiv} \iff f \text{ injektiv} \iff f \text{ surjektiv.}$$

---

Abgabe der Hausaufgaben bis zum Sonntag den 19.11.2023, 23.59 Uhr in Panda.