

Analysis für Informatiker

0. Präsenzübungsblatt

Präsenzaufgabe 0.1 Negiere die folgenden Aussagen in Worten.

1. Es gibt ein Auto, das nicht schwarz ist.
2. Julia hat die Studienleistung erbracht und die Klausur bestanden.
3. Christian hat seinen Regenschirm vergessen oder geht zu Fuß.

Negiere die folgenden Aussagen in Quantorenschreibweise

1. $\forall x \in \mathbb{Q} \exists y \in \mathbb{Q} : y^2 < x$
2. $\exists n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : (m^3 + 4)^n > n$
3. $\forall \epsilon \in \{y \in \mathbb{Q} : y > 0\} \exists n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : [m \geq n \Rightarrow 1/m^2 < \epsilon]$.

Präsenzaufgabe 0.2 Schreibe die folgende Aussage mithilfe von Quantoren:
Für jedes Paar a und b rationaler Zahlen mit $a < b$ gibt es eine rationale Zahl r ,
sodass $a < r < b$.

Präsenzaufgabe 0.3 Sei n eine natürliche Zahl. Man zeige durch vollständige Induktion:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Präsenzaufgabe 0.4 Seien A, B, C Mengen. Man zeige:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

Präsenzaufgabe 0.5 Sei M eine Menge mit n Elementen. Zeige, dass die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ von M genau 2^n Elemente enthält.

Präsenzaufgabe 0.6 Für $x \in \mathbb{Q}$ sei der Absolutbetrag $|x|$ von x definiert als

$$|x| := \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}.$$

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{Q}$, sodass $|2x^2 - 1| < 1$.
