

# Analysis für Informatiker

## 10. Präsenzübungsblatt

**Präsenzaufgabe 10.1** Zeigen Sie mit Hilfe der Ableitungsregeln, dass die folgenden Funktionen differenzierbar sind und berechnen Sie deren Ableitung.

1.  $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
2.  $\cosh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
3.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (3x^3 + 2x^2 + x + 1) \cosh(e^x)e^{(x^2)}$
4.  $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{f(\frac{1}{x^2})}{x^4 + x^2 + 1}$ .

**Präsenzaufgabe 10.2** Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

differenzierbar ist. Zeigen Sie anschließend, dass die Ableitung  $f'$  nicht stetig ist.

**Präsenzaufgabe 10.3** Zeigen Sie, dass die Wurzelfunktion

$$\sqrt{\cdot} : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{x}$$

differenzierbar ist, mit Ableitung

$$(\sqrt{\cdot})' : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Ist  $f'$  erneut differenzierbar? Berechnen Sie anschließend noch die Ableitung der Funktion  $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\sqrt{\cosh(1/x)}}{(x^2+1)}$ .

**Präsenzaufgabe 10.4** Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

unendlich oft differenzierbar in  $\mathbb{R}$  ist mit  $f^{(n)}(0) = 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}_0$

(Hierbei bezeichnet  $f^{(n)}$  ( $n \in \mathbb{N}_0$ ) die  $n$ -te Ableitung von  $f$ , also  $f^{(0)} := f$  und  $f^{(n+1)} := (f^{(n)})'$  für  $n \in \mathbb{N}_0$ ).

---