

Analysis für Informatiker

13. Präsenzübungsblatt

Präsenzaufgabe 13.1 Berechnen Sie die folgenden Integrale

1. $\int_a^b p(x) dx$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ und $p(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ und $a_j \in \mathbb{R}$ für alle $j = 0, \dots, n$.
2. $\int_0^1 x^2 + \sqrt{1-x} dx$
3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x) dx$
4. $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$
5. $\int_0^\pi x^3 \cos(x) dx$
6. $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$
7. $\int_1^e \frac{\log(x)}{x(\log^2(x) - \log(x) + 1)} dx$

Präsenzaufgabe 13.2 Überprüfen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz. Geben Sie im Fall der Konvergenz den Grenzwert an.

1. $\int_0^1 x^\alpha dx$ wobei $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. $\int_1^\infty x^\alpha dx$ wobei $\alpha \in \mathbb{R}$.
3. $\int_0^1 \log(x) dx$
4. $\int_0^1 \frac{1}{\sin(x)} dx$
5. $\int_0^\infty \frac{x}{x+1} dx$
6. $\int_1^\infty \frac{1}{x^2 + \sqrt{x}} dx$

Präsenzaufgabe 13.3

1. Sei $r \in \mathbb{R}_{>0}$ und $f : [-r, r] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie:

Gilt $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in [-r, r]$, so ist

$$\int_{-r}^r f(x) dx = 0.$$

Gilt $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in [-r, r]$, so ist

$$\int_{-r}^r f(x) dx = 2 \int_0^r f(x) dx.$$

2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, $p \in \mathbb{R}_{>0}$ und $f(x+p) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für jedes $a \in \mathbb{R}$

$$\int_a^{a+p} f(x) dx = \int_0^p f(x) dx$$

gilt.
