

2. Übungsblatt - Lie-Gruppen

Besprechung am 19.04.2021

Aufgabe:

- (a) Seien M_1 und M_2 glatte Mannigfaltigkeiten, $M_1 \times M_2$ die zugehörige Produktmannigfaltigkeit und $p_i : M_1 \times M_2 \rightarrow M_i$ die Projektion auf die i -te Koordinate, wobei $i \in \{1, 2\}$. Zeigen Sie, dass für jedes $m_1 \in M_1$ und $m_2 \in M_2$ die lineare Abbildung

$$T_{(m_1, m_2)}M_1 \times M_2 \rightarrow T_{m_1}M_1 \times T_{m_2}M_2$$

$$X \mapsto (T_{(m_1, m_2)}p_1(X), T_{(m_1, m_2)}p_2(X))$$

ein Isomorphismus ist.

- (b) Sei M eine glatte Mannigfaltigkeit und sei $\Delta : \{(m, m) \in M \times M : m \in M\}$ die Diagonale in $M \times M$. Zeigen Sie, dass Δ eine (eingebettete) Untermannigfaltigkeit von $M \times M$ ist und $T_{(m, m)}\Delta$, unter dem Isomorphismus von (a), isomorph zu $\{(X, X) \in T_m M \times T_m M : X \in T_m M\}$ ist.

Aufgabe 2 und 4 aus dem Aufgabenkatalog von Erik van den Ban.