Universität Paderborn
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Dr. Job Kuit

Sommersemester 2024

Lineare Algebra für Informatiker

5. Übung

Präsenzaufgabe 5.1 Sei $V = \mathbb{C}^3$ und sei $U = \operatorname{span}(\{(1, i, 0), (2i, 1, 0)\}) \subseteq V$. Bestimmen Sie Unterräume W, sodass

(a) $V = U \oplus W$.

(b) $V = U + W$, aber V nicht die direkte Summe von U und W ist.

(c) $U + W \neq V$.

Präsenzaufgabe 5.2 Sei $V = \mathbb{C}[x]$ betrachtet als Vektorraum über $K = \mathbb{C}$. Seien V_+ und V_- gegeben durch

$$V_\pm := \{p(x) \in \mathbb{C}[x] : p(-x) = \pm p(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass $V = V_+ \oplus V_-$. Geben Sie eine Basis von V_+ und eine Basis von V_- an.

Präsenzaufgabe 5.3 Sei $V := \{p(x) \in \mathbb{C}[x] : \deg(p(x)) \leq 2\}$ und seien $p_1(x) = x^2 + x + 1$, $p_2(x) = x^2 + 2x + 1$, $p_3(x) = 3x + 1$.

(a) Zeigen Sei, dass $\{p_1(x), p_2(x), p_3(x)\}$ eine Basis von V ist.

(b) Schreiben Sie $1, x, x^2$ als Linearkombinationen von $p_1(x)$, $p_2(x)$ und $p_3(x)$.

(c) Schreiben Sie das Polynom $q(x) = 5x^2 - 10x - 97$ als Linearkombination von $p_1(x)$, $p_2(x)$ und $p_3(x)$.