

Lineare Algebra für Informatiker

7. Übung - Lösungen

Präsenzaufgabe 7.1 Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{C}^4$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}2x_1 - 2x_2 - 3x_3 &= -2 \\x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -3 \\3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= 7\end{aligned}$$

Lösung (ohne Berechnung): Die Lösungsmenge ist $\{x = (t, t - 5, 4, 0) \in \mathbb{C}^4 : t \in \mathbb{C}\}$.

Präsenzaufgabe 7.2 Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{C}^3$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 6x_3 &= -1 \\2x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\3x_1 + x_2 - x_3 &= 15 \\x_1 + 3x_2 + 10x_3 &= -5\end{aligned}$$

Lösung (ohne Berechnung): Die Lösungsmenge ist $\{(3, 4, -2) \in \mathbb{C}^3\}$.

Präsenzaufgabe 7.3 Bestimmen Sie, ob die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und geben Sie gegebenenfalls an, was A^{-1} ist.

Lösung (ohne Berechnung): Sei

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Es gilt $AB = BA = I_3$ und darum ist A invertierbar mit Inverse $A^{-1} = B$.