Universität Paderborn
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Dr. Job Kuit

Sommersemester 2024

Lineare Algebra für Informatiker

13. Übung

Präsenzaufgabe 13.1 Bestimmen Sie eine Jordan Basis und die Jordan Normalform der Abbildung $L_A : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, $v \mapsto Av$, falls

(a) $n = 3$ und $A = \begin{pmatrix} -1 & -18 & -4 \\ 0 & 7 & 0 \\ 4 & 10 & 7 \end{pmatrix}$.

(b) $n = 5$ und $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Präsenzaufgabe 13.2 Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum über $\mathbb{C}$. Eine lineare Abbildung $N : V \to V$ heist nilpotent, falls es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt, sodass $N^k = N \circ N \circ \cdots \circ N = 0$ die Nullabbildung ist. Beweisen Sie, dass es zu jeder linearen Abbildung $F : V \to V$ lineare Abbildungen $D : V \to V$ und $N : V \to V$ gibt, sodass

- D diagonalisierbar ist
- N nilpotent ist
- $F = D + N$
- D und N kommutieren, d.h. $D \circ N = N \circ D$.